



Dimensions et unités

La NASA va enfin adopter le système métrique

Par Didier Müller, mercredi 24 janvier 2007



La NASA a finalement accepté de lancer ses futures missions lunaires en utilisant le système métrique décimal. Les propres scientifiques de l'Agence ont enfin eu gain de cause alors qu'ils en faisaient la demande depuis qu'une erreur de calcul due à une confusion entre *miles* et *kilomètres* avait provoqué l'échec de la mission d'une sonde martienne.

L'espace est devenu un business international et la NASA indique que seuls les Etats-Unis, la Birmanie et le Libéria utilisent toujours les miles pour mesurer les distances. L'agence spatiale, après des entretiens avec ses homologues de 15 autres nations, a annoncé la semaine dernière que le futur projet lunaire serait réalisé en utilisant uniquement le système métrique (et les unités SI).

En 1999, la sonde Mars Climat orbiter avait atteint Mars, mais était entrée sur une orbite beaucoup trop basse et s'était écrasée dès son premier passage au-dessus de la face cachée de la planète. La NASA avait plus tard révélé que ses ingénieurs s'étaient embrouillés lors de la simple conversion d'unités métriques en unités impériales (américaines !) d'une information orbitale.

La NASA a commencé à utiliser les mesures métriques pour quelques missions dès 1990, mais pour la plus grande partie d'entre elles, les navettes spatiales ou l'ISS par exemple, les miles, livres et gallons sont toujours de mise.

"Mon unité impériale favorite est le *slug*. La puissance de lancement de la navette est mesurée en slug", ironise Ben Quine, professeur d'ingénierie spatiale de l'université d'York. (Le slug est défini comme étant la masse qui, soumise à une force d'une livre, reçoit une accélération d'un pied par seconde par seconde).

Selon lui, le changement ne sera pas facile pour les américains. "Mais tout le monde doit faire attention avec les unités lors des conversions." Cependant il pense qu'à la longue, les calculs seront facilités. "Le pied est défini d'après la taille du pied d'un des rois d'Angleterre. Je ne me souviens pas lequel. Ce n'est vraiment pas une bonne façon d'envoyer des gens dans l'espace que de se baser sur la taille du pied d'un roi mort."

Source : <http://www.techno-science.net/?onglet=news&news=3656>

I. Dimension d'une grandeur physique

Une grandeur physique est caractérisée par une **dimension** qui traduit sa nature physique, par exemple : une longueur, un temps, etc... C'est l'approche qualitative, qui répond à la question : « **Qu'est-ce que c'est ?** »

La dimension d'une grandeur peut s'exprimer en fonction des **7 dimensions fondamentales** : longueur **L**, masse **M**, temps **T**, courant électrique **I**, quantité de matière **N**, température θ et intensité lumineuse **J**.

La dimension d'une grandeur physique sera notée entre crochets.

Exemple : Une vitesse, notée v est le rapport entre une distance et un temps, $[v] = L/T$.

Ce type d'équation est appelée **équation aux dimensions**.



L'énergie cinétique d'un mobile de masse m et de vitesse v est $E_c = \frac{1}{2} m v^2$. Écrire l'équation aux dimensions.

D'une manière générale, en passant d'une loi physique à une autre, il est possible d'exprimer de proche en proche la dimension de toutes les grandeurs physiques en fonction des dimensions de base.



Compléter le tableau suivant :

Dimension	Relation(s) connue(s)	Dimensions fondamentales
Fréquence		
Force		
Energie, travail		
Puissance		
Pression		

II. Unités du système international

La dimension d'une grandeur n'indique pas avec quelle **unité** celle-ci sera mesurée. Une grandeur dont la dimension est homogène à une longueur peut s'exprimer en mètres, en miles, en années-lumière, etc... C'est l'approche quantitative, qui permet de répondre à la question : « **Combien ça vaut ?** »

Afin d'être compréhensible, il est nécessaire de s'exprimer dans un langage universel, d'où la nécessité de se conformer au système d'unités internationales (SI). Il est fondé sur sept unités de base correspondant aux sept dimensions fondamentales. Les autres unités, ou unités dérivées, sont obtenues en combinant les unités de base d'après les relations algébriques qui lient les grandeurs correspondantes.

1. Les unités de base

- **Longueur** : mètre, m
- **Masse** : kilogramme, kg
- **Temps** : seconde, s
- **Courant électrique** : ampère, A
- **Température thermodynamique** : kelvin, K
- **Intensité lumineuse** : candela, cd
- **Quantité de matière** : mole, mol

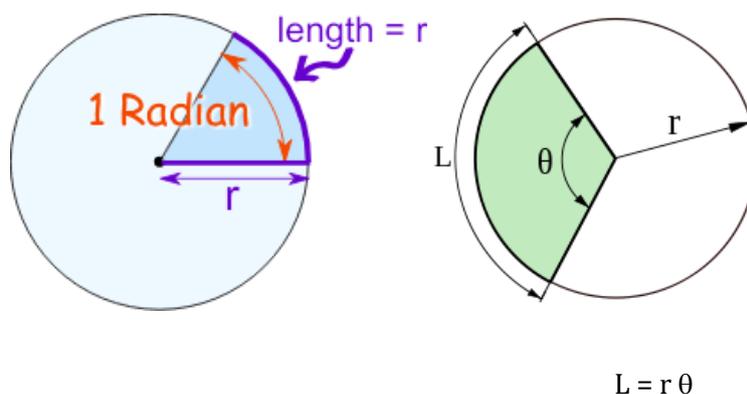
La mole est la quantité de matière d'un système contenant autant d'entités (atomes, molécules, ions, électrons...) qu'il y a d'atomes dans 12 g de carbone 12.

Le nombre d'Avogadro est le nombre d'entités dans une mole : $N_A = 6.022.10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

$1 \text{ mol} = 6.022.10^{23} \text{ entités}$

Remarque : Un angle est une grandeur sans dimension qui s'exprime en radian ou en degré.

Le radian est l'angle plan, qui, ayant son sommet au centre d'un cercle, intercepte, sur la circonférence de ce cercle, un arc d'une longueur égale à celle du rayon du cercle. Un cercle complet représente un angle de $2\pi \text{ rad}$. Un arc de cercle de rayon r et vu sous un angle θ (en rad) a une longueur égale à $r\theta$.



2. Exemples d'autres unités du système international

Dimension	Unité SI	Dimension	Unité SI
Surface		Force	
Volume		Energie, travail	
Vitesse		Puissance	
Accélération		Pression	
Période		Charge	
Fréquence		Tension	
Masse volumique		Résistance	



Pour les applications numériques et sauf indication contraire, une relation n'est valable numériquement que si l'on utilise les unités du système international. Attention aux préfixes !!!

Préfixe	Symbole	Facteur	Préfixe	Symbole	Facteur
tera	T	10^{12}	centi	c	10^{-2}
giga	G	10^9	milli	m	10^{-3}
méga	M	10^6	micro	μ	10^{-6}
kilo	k	10^3	nano	n	10^{-9}
hecto	h	10^2	pico	p	10^{-12}
déca	da	10^1	femto	f	10^{-15}
déci	d	10^{-1}			

3. Exemples d'unités hors du système international

Grandeurs	Unités hors SI
Temps	
Volume	
Masse	
Longueur	
Température	
Pression	

III. Analyse dimensionnelle et homogénéité

1. Principe

Toute relation entre grandeurs doit être homogène, c'est-à-dire que les deux membres d'une égalité doivent nécessairement avoir la même dimension.

On vérifie l'homogénéité d'une relation en faisant une **analyse dimensionnelle**.



- On ne peut additionner ou soustraire que des grandeurs de même dimension.
- L'argument des fonctions mathématiques comme cos, sin, tan, ln, exp, log... doit être sans dimension.

Remarque : Une relation non homogène est toujours fautive mais une relation homogène n'est pas nécessairement juste (erreur de signe, de coefficient numérique...).

2. Applications

2.1 Déterminer la dimension d'une grandeur à partir d'une relation



On isole la grandeur étudiée et on remplace les grandeurs connues par leur dimension ou unité SI.



La norme de la force de frottement qu'exerce un fluide sur un solide peut dans certaines conditions s'écrire $F = kv$, où v est la vitesse relative du solide dans le fluide. Quelle est la dimension de k ?

2.2 Vérifier l'homogénéité d'une relation



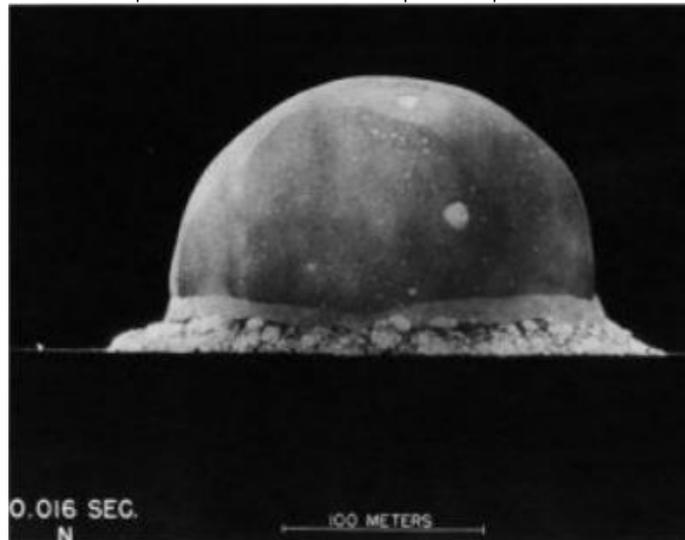
Pour chaque membre de l'égalité, on remplace chaque grandeur par sa dimension exprimée en dimensions fondamentales et on vérifie que l'on obtient la même chose.



Un élève écrit $a = \frac{kt}{v^2}$ où a est une accélération, k une grandeur sans dimension, t un temps et v une vitesse. La relation est-elle homogène ?

Entraînement personnel

- 1) Énergie d'une particule relativiste : quelles doivent être la dimension de la constante c apparaissant dans la relation suivante liant l'énergie E et de la quantité de mouvement p d'une particule relativiste pour que cette relation soit homogène (m étant la masse au repos de la particule) ? $E^2 = m^2 c^2 + p^2 c^2$
- 2) La vitesse de propagation c d'une onde se propageant le long d'une corde tendue a pour expression $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ avec μ la masse linéique et T la tension de la corde qui est une force. Montrer que cette relation est homogène.
- 3) La légende voudrait que l'analyse dimensionnelle ait permis à Geoffrey Ingram Taylor d'estimer en 1950 l'énergie dégagée par l'explosion d'une bombe atomique, tandis que cette information était classée top secret. La légende est la suivante : Le physicien Taylor suppose a priori que le processus d'expansion de la sphère de gaz dépend au minimum des paramètres suivants : le temps t ; l'énergie E dégagée par l'explosion ; la masse volumique de l'air ρ . L'analyse dimensionnelle le conduisit alors pour le rayon de la sphère de gaz à l'instant t à la relation suivante : $r = k E^{1/5} \rho^{1/5} t^{1/5}$ où k est une constante sans dimensions. Il lui a suffi ensuite d'observer la dilatation du champignon atomique sur un film d'explosion, imprudemment rendu public par les militaires américains.



Vérifier que la relation proposée est homogène puis calculer, à l'aide de la photo ci-dessus, l'énergie dégagée par l'explosion (on prendra $\rho = 1.2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$).

- 4) L'interaction gravitationnelle se manifeste par l'apparition d'une force F entre deux masses m_1 et m_2 séparées par une distance d . L'expression de cette force est : $F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$, G étant la constante de gravitation universelle.
 - Quelle est la dimension de G ?
 - Vérifier l'homogénéité de la loi suivante : $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM_S}$, où T est la période de rotation d'une planète autour du soleil, a le demi-grand axe de l'ellipse et M_S est la masse du soleil.

Pour aller plus loin...

Lorsque l'on a identifié les grandeurs physiques pertinentes d'un problème, on peut trouver une formule liant ces grandeurs à un facteur près par simple analyse dimensionnelle.



On remplace dans l'égalité chaque grandeur par sa dimension exprimée en dimensions fondamentales et on pose un système d'équations à plusieurs inconnues où celles-ci sont les puissances affectées aux grandeurs.



On observe que la période T d'un pendule placé dans le vide dépend uniquement de la longueur l du fil et de g , l'accélération de pesanteur.

Proposer une relation de la forme : $T = k l^a g^b$ avec k , a et b des nombres sans dimension.