

## Devoir maison n° 6

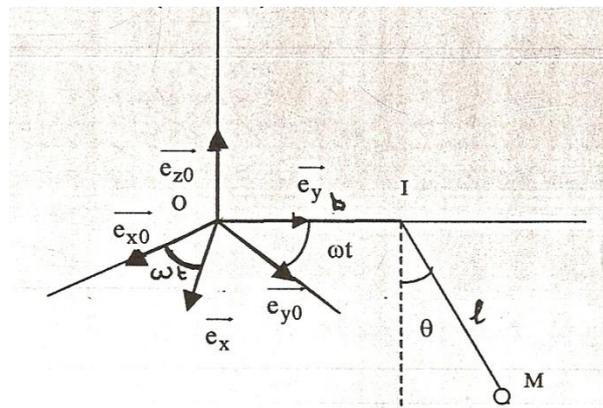
A rendre pour le jeudi 17 mars.

### Mécanique :

Une masse  $m$  de 50 kg, représentée par un point matériel  $M$ , est suspendue à un point  $I$  par un câble de masse négligeable de longueur constante  $l = 3$  m.

Dans le référentiel terrestre  $R_0 (\vec{O}; \vec{e}_{x_0}, \vec{e}_{y_0}, \vec{e}_{z_0})$ , supposé galiléen avec une excellente approximation, le point  $I$  est relié au point  $O$  par une barre horizontale de longueur  $b = 2$  m qui tourne autour de l'axe vertical  $Oz_0$  avec une vitesse angulaire constante  $\omega = 30$  tours/min.

Le point  $M$  est supposé rester dans le plan défini par les vecteurs  $OI$  et  $\vec{e}_{z_0}$  et on introduit le repère tournant  $R (\vec{I}; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  tel que  $\vec{OI} = b\vec{e}_y$ ,  $(\vec{e}_{x_0}, \vec{e}_{y_0}) = (\vec{e}_x, \vec{e}_y) = \omega t$ ,  $\vec{e}_{z_0} = \vec{e}_z$ . Dans ce repère  $R$ , on pose  $\theta$  l'angle que fait le câble avec la verticale.



- 1) Dresser le bilan des forces s'exerçant sur le point  $M$  dans son mouvement par rapport à  $R_0$  puis dans son mouvement par rapport à  $R$ . On notera  $T$  la norme de la tension du câble.
- 2) Représenter sur un schéma lié à  $R$ , l'ensemble des forces agissant sur le point  $M$  dans son mouvement par rapport à  $R$ .
- 3) Ecrire vectoriellement la loi fondamentale de la dynamique appliquée au point matériel  $M$  dans son mouvement par rapport à  $R$ .
- 4) Donner dans la base de  $R$ , l'expression des forces d'inertie en fonction de  $m$ ,  $l$ ,  $\omega$ ,  $\theta$  et  $\dot{\theta}$ . Calculer la force d'inertie d'entraînement pour  $\theta = \pi/4$ .
- 5) En projetant dans la base de  $R$  la loi fondamentale de la dynamique, déduire 3 équations scalaires du mouvement de  $M$  par rapport à  $R$  et montrer que l'une conduit à une valeur constante de  $\theta$ .
- 6) Montrer que l'angle  $\theta$  satisfait à l'équation :  $\alpha \tan\theta + \beta \sin\theta + 1 = 0$  dans laquelle on exprimera les facteurs  $\alpha$  et  $\beta$  en fonction de  $b$ ,  $l$ ,  $\omega$  et du champ de pesanteur terrestre  $g$ . Quelle doit être la valeur de la vitesse angulaire de rotation  $\omega$  pour que  $\theta = \pi/4$ . On prendra  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ .