

Devoir surveillé n°2

Durée : 4 h

Données :

Nombre d'Avogadro : $N_a = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Constante de Planck : $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

Vitesse de la lumière : $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

Charge élémentaire : $e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$

Masse molaire du carbone : $M_c = 12 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$

Constante de Boltzmann : $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$

Exercice n°1 : Mesure du taux de sucre dans le jus de raisin (environ 1h)

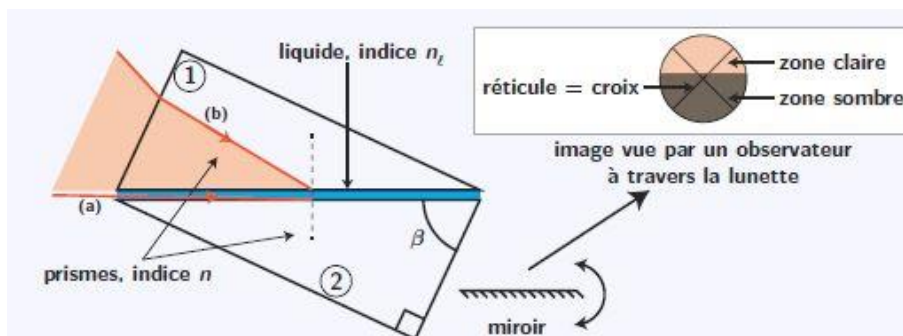
Afin de contrôler la maturité des raisins dans les vignes, les viticulteurs ont besoin de connaître la teneur en sucre dans le jus des raisins avant la récolte.

Une méthode consiste à utiliser un appareil appelé réfractomètre permettant de mesurer l'indice de réfraction du jus. L'indice varie avec la concentration en sucre : des courbes permettent alors d'en déduire la quantité de sucre et le degré d'alcool espéré du futur vin.



Document 1 :

Le schéma d'un réfractomètre d'Abbe est représenté ci-dessous :



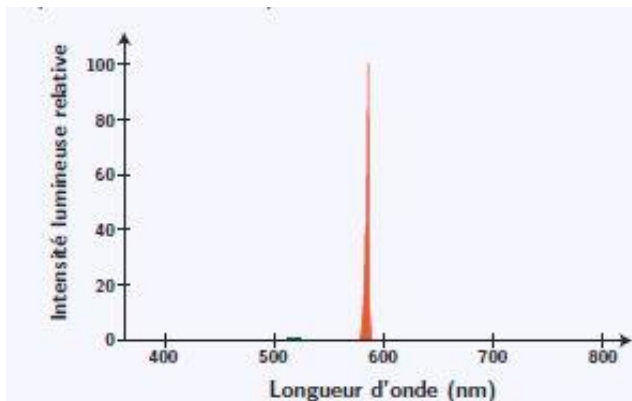
Il est constitué de deux prismes en verre d'indice n entre lesquels est positionné un mince film de liquide issu du raisin dont on veut mesurer l'indice de réfraction n_l .

- Le dispositif met en jeu un faisceau de lumière. Ce pinceau lumineux est réalisé à l'aide du prisme supérieur (1) éclairé par une lampe à vapeur de sodium et permettant d'éclairer le liquide en incidence rasante (rayon (a)).
- La lumière entre dans le prisme inférieur (2) en un faisceau dont le rayon supérieur correspond au rayon réfracté du rayon rasant.
- À la sortie du prisme, le faisceau est réfléchi par un miroir dont on peut contrôler l'inclinaison et est observé par l'utilisateur à l'aide d'une lunette. L'observateur règle la position du miroir de sorte à placer la limite de séparation entre la zone éclairée (claire) et la zone sombre au centre du réticule.

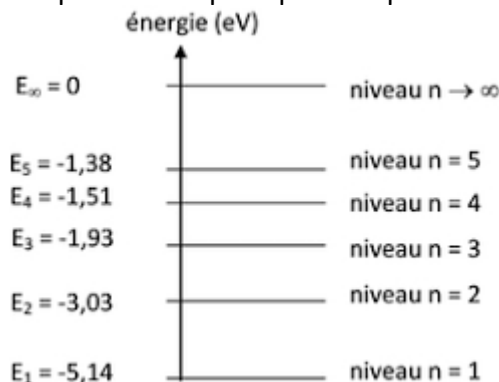


Réglage de la zone éclairée au centre des réticules

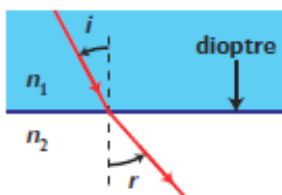
Document 2 : Spectre d'une lampe à vapeur de sodium basse pression



- 1) Pourquoi choisit-on d'éclairer le dispositif à l'aide d'une lampe à vapeur de sodium ? Justifier.
- 2) On donne ci-dessous le diagramme simplifié des niveaux d'énergie de l'atome de sodium.
 - a) Expliquer l'allure du diagramme.
 - b) A quelle transition correspond la raie principale du spectre ?



- 3) Rappeler la loi de Snell-Descartes pour le passage d'un rayon lumineux au travers d'un dioptre séparant deux milieux d'indices n_1 et n_2 , avec i l'angle d'incidence et r l'angle de réfraction.



- 4) Reproduire et compléter le schéma donné en annexe en indiquant le chemin parcouru par le rayon (a) en incidence rasante. On suppose que $n > n_l$, et on note r_1 l'angle de réfraction à l'interface liquide-verre, i_2 et r_2 respectivement l'angle d'incidence et l'angle de réfraction sur la face de sortie du prisme. L'indice de l'air sera quant à lui pris égal à 1.
- 5) Montrer qu'il existe un lien entre r_2 et l'indice n_l du liquide. Calculer la valeur numérique de n_l pour $n = 1,732$, $r_2 = 23,3^\circ$ et $\beta = 65,0^\circ$, l'expérience ayant été réalisée à 20°C .

- 6) En déduire la teneur approximative en sucre à l'aide du tableau suivant :

Indice de réfraction à 20°C	1,3577	1,3592	1,3607	1,3621	1,3635	1,3650	1,3665	1,3680	1,3694
Teneur en sucre (en $\text{g}\cdot\text{L}^{-1}$)	150	160	170	180	190	200	210	220	230

- 7) Avec quelle direction le rayon (b) émerge-t-il par la face CD ? Répondre par un argument physique sans calcul.
- 8) A l'aide du schéma, expliquer le fonctionnement du réfractomètre.

Exercice n° 2 : Étude d'un objectif d'appareil photo numérique (environ 2h40).

Dans tout le problème, on se place dans l'hypothèse de lentilles sphériques minces utilisées dans l'approximation de Gauss.

Première modélisation

On assimile l'objectif d'un appareil photo à une lentille simple convergente L de distance focale $f' = 50 \text{ mm}$ de centre optique O . Le capteur CCD de l'APN est représenté par un écran E . Cette lentille peut se déplacer selon son axe optique pour effectuer la mise au point. Le déplacement maximal est égal à $5,0 \text{ mm}$.

- 1) Le photographe effectue la mise au point sur un objet très éloigné. Dans ces conditions, où se situe le capteur CCD par rapport à l'objectif ?
- 2) A quelle distance de la lentille se situe l'objet le plus proche sur lequel on peut effectuer la mise au point ?
- 3) Sur votre copie, réaliser la construction complète de l'image d'un objet réel situé à 60 cm de la lentille.

Une modélisation plus réaliste

Dans toute cette sous-partie, on reprend la modélisation précédente d'un objectif, constitué cette fois-ci d'une lentille convergente L_1 de centre O_1 avec $f'_1 = 75 \text{ mm}$. Le capteur CCD est placé dans son plan focal image.

On ajoute à cet objectif deux lentilles :

- Une lentille divergente de centre O_2 avec $f'_2 = -25 \text{ mm}$ que l'on accole à L_1
- Une lentille convergente de centre O_3 avec $f'_3 = 100 \text{ mm}$ fixé devant l'ensemble $L_1 - L_2$.

Le système ainsi constitué des trois lentilles nous servira de modèle pour le téléobjectif.

La distance O_3O_1 est ajustée de telle manière à ce que l'image d'un objet à l'infini se forme sur le capteur CCD.

- 4) Faire un schéma de principe du téléobjectif ainsi décrit : on représentera les lentilles avec les **positions relatives** des centres optiques et des foyers ainsi que le capteur CCD.
- 5) On considère un rayon incident parallèle à l'axe optique, tracer le trajet suivi par la lumière lors de la traversée du système.
- 6) Calculer l'encombrement de cet appareil, c'est-à-dire la distance séparant l'entrée du téléobjectif du capteur CCD.
- 7) Un photographe souhaite réaliser l'image d'une tour de 40 m de hauteur à une distance de 2 km du téléobjectif. Calculer la taille de l'image de cette tour sur le capteur CCD.
- 8) Quel aurait été l'encombrement de l'appareil si on l'avait modélisé par une lentille simple donnant une image de même taille ? Conclure.

Profondeur de champ et nombre d'ouverture

Dans cette section nous revenons à la modélisation d'un objectif par une lentille unique. Le photographe décide alors de photographier un tableau situé à 3 m de l'objectif. Il sélectionne comme ouverture $f/8$. On appelle nombre d'ouverture le nombre N tel que $N = f'/D$ où D représente le diamètre du diaphragme. On note alors l'ouverture f/N .

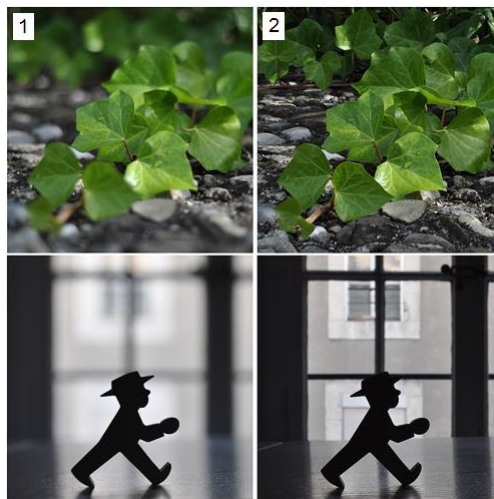
- 9) A quelle distance de la lentille se situe le capteur CCD si le photographe effectue la mise au point sur le tableau ?

On considérera qu'un point est vu nettement à condition que la tâche lumineuse qu'il forme sur le capteur n'excede pas $30 \mu\text{m}$.

- 10) On utilise un appareil photo grand-format, c'est-à-dire dont le capteur CCD a une dimension de $24 \times 36 \text{ mm}$ contenant 16 millions de pixels. Sachant que les pixels sont carrés, donnez les dimensions d'un pixel.
- 11) Expliquer à l'aide de schémas la notion de profondeur de champ.
- 12) Déterminer la profondeur de champ de cet appareil photo.

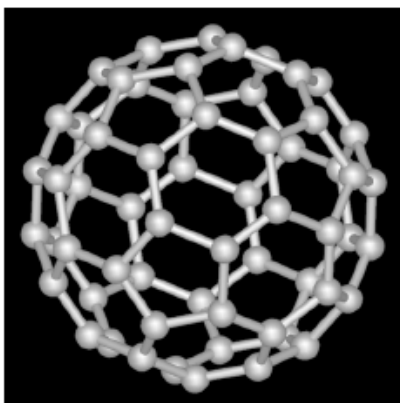
Les deux questions suivantes ne nécessitent pas d'avoir résolu les questions précédentes.

- 13) Afin d'augmenter la profondeur de champ, le photographe décide de diminuer l'ouverture de l'objectif. Quelle va être l'incidence de cette manipulation sur la photographie ? Comment y remédier ?
- 14) La figure suivante représente deux séries de photographies effectuées à $f/2.8$ et à $f/16$. Indiquer laquelle correspond à $f/2.8$. Justifier.

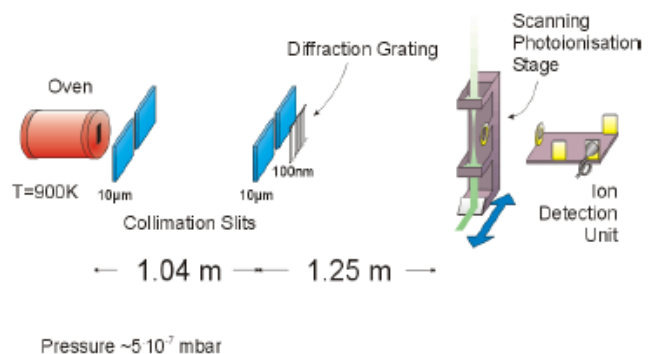


Exercice n° 3 : Interférences avec des fullerènes (environ 20 min)

Les fullerènes, de formule brute C_{60} , sont des molécules constituées de 60 atomes de carbone en forme de ballon de football (fig.a). En 2003, des chercheurs ont publié les résultats d'une expérience d'interférences avec ces molécules. Le dispositif expérimental est décrit figure (b). Il est constitué d'une source qui contient un gaz constitué de molécules de fullerène à une température de l'ordre de 900K .



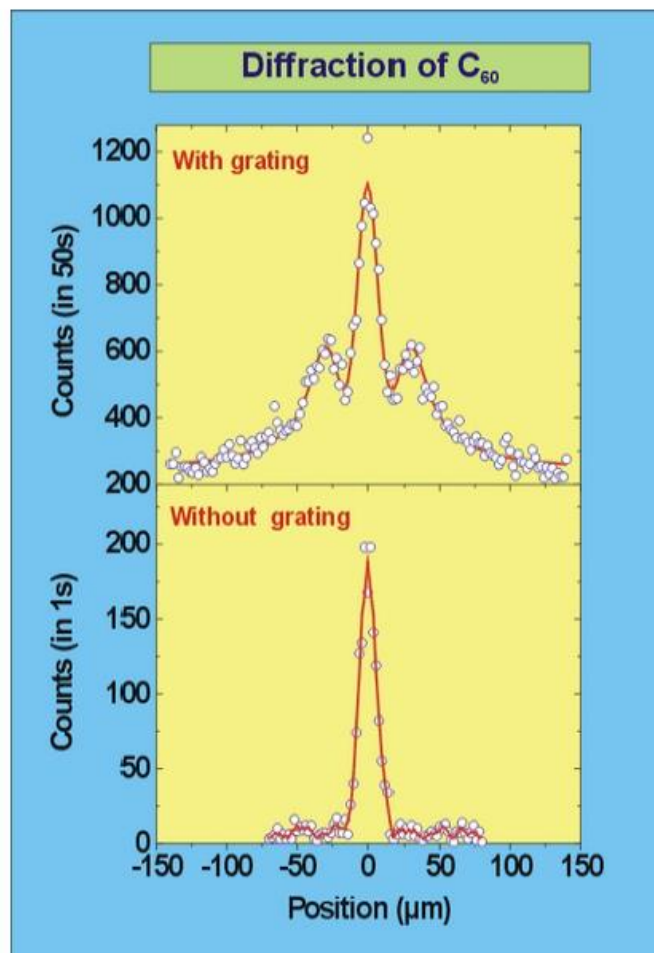
(a) La molécule de fullerène



(b) Dispositif expérimental

Le flux de fullerène est envoyé sur un réseau (série de fentes parallèles, *grating* en anglais) de pas $d = 100\text{nm}$, la largeur d'une fente est de l'ordre de 55 nm , chaque fente du réseau diffractant les molécules de fullerène. L'observation est réalisée dans un plan situé à une distance $L = 1,25\text{m}$ du réseau. La figure ci-dessous montre la distribution des impacts avec et sans réseau. L'expérience est réalisée molécule de fullerène par molécule de fullerène. Les impacts semblent d'abord distribués aléatoirement mais l'accumulation des points d'impact reconstitue progressivement la figure d'interférences.

- 1) Quel concept fondamental de la mécanique quantique cette expérience met-elle en évidence ?
- 2) Calculer la vitesse moyenne $v_m = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$ des molécules où m est la masse d'une molécule de fullerène.
- 3) Que vaut la longueur d'onde moyenne λ_m de De Broglie associée à chaque molécule de fullerène ?
- 4) On montre que l'interfrange théorique i de la figure d'interférence est donnée par : $i = \frac{\lambda_m L}{d}$.
Calculer i .
- 5) Mesurer i sur le graphe ci-dessous. Commenter.



Distribution des impacts des molécules de fullerène (Source : Wave-particle duality of C_{60} Markus Arndt , Olaf Nairz, Julian Voss-Andreae, Claudia Keller, Gerbrand van der Zouw, and Anton Zeilinger, *Nature*401, 680-682, 14.October 1999

Annexe
(À rendre avec la copie)

