

Devoir surveillé n° 5

Durée : 4h

❖ Chimie : Titanate et titane alpha

A. Titanate

Données:

Rayon ionique de Pb^{2+} : $r_{Pb^{2+}} = 120 \text{ pm}$

Rayon ionique de O^{2-} : $r_{O^{2-}} = 140 \text{ pm}$

Rayon ionique de l'ion titane : $r_{Ti} = 68 \text{ pm}$

Le titanate de plomb est un solide ionique qui existe à l'état naturel sous le nom de macédonite. Sa structure cristalline à haute température est la suivante:

- les ions plomb occupent les sommets d'un cube d'arête a
- les ions oxyde occupent les centres des faces du cube
- l'ion titane occupe le centre du cube.

- 1) Représenter la maille cubique décrite ci-dessus.
- 2) Indiquer le nombre d'ions de chaque type par maille (justifier), en déduire la formule brute du titanate de plomb. Les ions plomb sont des ions Pb^{2+} , les ions oxyde sont des ions O^{2-} . En déduire si les ions titane sont ici des ions Ti^{2+} , Ti^{3+} ou Ti^{4+} .
- 3) Indiquer pour un ion titane le nombre d'ions oxyde qui sont ses plus proches voisins (coordination Ti/O). Idem pour un ion plomb (coordination Pb/O).
- 4) Dans les structures ioniques idéales, les ions sont assimilés à des sphères dures et tous les anions sont tangents aux cations qui les entourent. Calculer, dans une structure idéale, la longueur de l'arête a du titanate de plomb de deux façons différentes :
 - en considérant d'une part que les ions plomb et oxyde sont tangents
 - en considérant d'autre part que les ions titane et oxyde sont tangents
- 5) Conclure.

B. Titane alpha

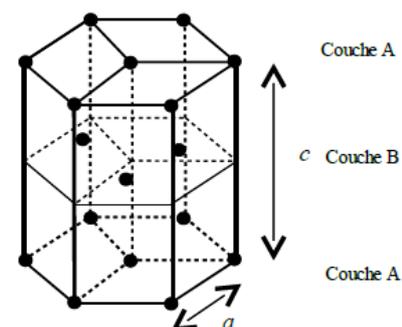
Le titane, à basse température $T < 882,5 \text{ }^\circ\text{C}$, se trouve sous une forme cristalline hexagonale compacte. L'empilement est du type $ABAB\dots$. La maille usuelle est un prisme droit à base hexagonale, de côté a et de hauteur c .

Données :

Masse molaire atomique : $M_{Ti} = 47,9 \text{ g mol}^{-1}$.

Paramètres de maille : $a = 295,1 \text{ pm}$ $c = 468,6 \text{ pm}$

Masse volumique du fer : $\rho = 7350 \text{ kg m}^{-3}$ Nombre d'Avogadro : $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

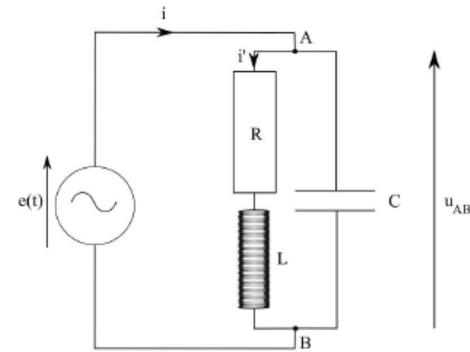


- 1) Quel est le nombre d'entités présentes dans la maille hexagonale représentée. Justifier avec précision.
- 2) Exprimer en fonction de a et c , le volume V de la maille hexagonale représentée sur la figure. (on pourra décomposer l'hexagone en 6 triangles équilatéraux de côté a)
- 3) En déduire la masse volumique ρ . Expression littérale puis application numérique. Le titane est très utilisé dans l'industrie aéronautique. Commenter.
- 4) Dans le cas d'un hexagonal compact parfait, les atomes sont assimilés à des sphères dures de rayon R et toutes les sphères sont tangentes entre elles. On montre alors que le rapport des paramètres c et a est : $c/a = 2 \cdot (2/3)^{1/2}$
 - Déterminer la valeur de la coordination d'un atome de titane. Justifier.
 - Démontrer la relation donnant c/a . (chaque atome de la couche B est situé au centre de gravité d'un triangle équilatéral de côté a)
 - Que vaut la compacité d'un réseau hexagonal compact parfait (démonstration et valeur numérique)
- 5) Dans le cas non parfait étudié, quelle est la distance entre deux atomes de titane proches voisins selon qu'ils appartiennent à la même couche ou non.

❖ **Electrocinétique : (Mines Albi 2010)**

On s'intéresse dans cette partie au circuit (C₁) ci-contre, alimenté par une source de tension alternative de f.e.m. $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$. La bobine idéale a une inductance L ($L = 0,10$ H), le conducteur ohmique une résistance R ($R = 10 \Omega$) et le condensateur une capacité C ($C = 1,0$ nF).

On notera j le nombre complexe tel que $j^2 = -1$.



1) Questions préliminaires

1.1. Qu'appelle-t-on résonance en intensité dans un circuit ? Par analogie que peut-on appeler antirésonance en intensité ?

1.2. Dans le cas du circuit R, L, C série quelle est l'expression de l'impédance complexe Z du dipôle constitué par l'association de ces trois éléments ? Quelle est l'expression du module $Z(\omega)$ de cette impédance complexe ?

1.3. À quelle condition sur $Z(\omega)$ a-t-on résonance en intensité dans le circuit série ? Pour quelle valeur ω_0 de la pulsation ce phénomène se produit-il ? Que peut-on dire du déphasage de l'intensité dans le circuit par rapport à la tension aux bornes du générateur à la résonance ?

2) Étude du circuit anti-résonant

2.1. Calculer l'impédance complexe du dipôle AB dans le circuit C₁.

2.2. En déduire que le module au carré de l'impédance du dipôle AB s'écrit :

$$Z^2(\omega) = \frac{R^2 + L^2 \omega^2}{(1 - LC\omega^2)^2 + R^2 C^2 \omega^2}$$

2.3. Une dérivation non demandée montre que $Z(\omega)$ passe par un extremum pour une pulsation ω_0'

qui vérifie : $\omega_0'^2 = \omega_0^2 \left(\sqrt{1 + 2R^2 C / L} - R^2 C / L \right)$. On montre que $\omega_0' \approx \omega_0 \left(1 - \left(\frac{R^2 C}{2L} \right)^2 \right)$ où ω_0

représente la pulsation de résonance du circuit R, L, C série établie à la question 1.3.

- Vérifier que : $R^2 C / L \ll 1$
- Que peut-on alors dire de ω_0' et ω_0 ?

Dans toute la suite on pourra utiliser l'approximation $\omega_0' \approx \omega_0$.

2.4. Donner les limites de $Z(\omega)$ en 0 et en l'infini. Donner l'allure des variations de cette fonction en précisant la valeur de $Z(\omega_0') = Z_m$. Justifier qu'on parle d'« antirésonance » dans ce cas.

2.5. Établir une relation entre i, i', R, L, C et ω .

2.6. Notons respectivement I et I' les amplitudes de i et i' . Montrer qu'à l'antirésonance le courant I' dans la branche constituée par la bobine et le conducteur ohmique est beaucoup plus grand que celui I dans le circuit général.

❖ **Optique : Approche d'un projecteur de diapositives (CCP PSI 2007)**

Les questions de ce problème constituent une suite logique et sont donc à traiter dans l'ordre indiqué. Un document réponse est à votre disposition pour certaines questions. Pour les tracés d'optique géométrique demandant une grande précision, le correcteur attachera une importance au soin et à la clarté des figures du document réponse.

Certaines des questions peuvent donner lieu à une application numérique, une attention toute particulière y sera donnée lors de la correction de ce problème.

Notez bien que, pour des raisons techniques, il ne nous était pas possible de garantir la correspondance entre les valeurs des applications numériques et les distances focales mesurées sur les figures du document réponse. Ces dernières ont donc été choisies indépendamment des applications numériques de manière à vous permettre de tracer des figures restant dans la page et donnant une idée claire du schéma de fonctionnement. En conséquence aucune valeur ne sera mesurée à la règle sur le document réponse.

1) Préambule

Dans l'ensemble de ce problème, on supposera qu'on se trouve dans les conditions de GAUSS.

1.1 On considère un pinceau lumineux convergent arrivant sur la lentille divergente de la figure 1. Sur la figure (B.1.1) du document réponse, tracer le pinceau lumineux au-delà de cette lentille.

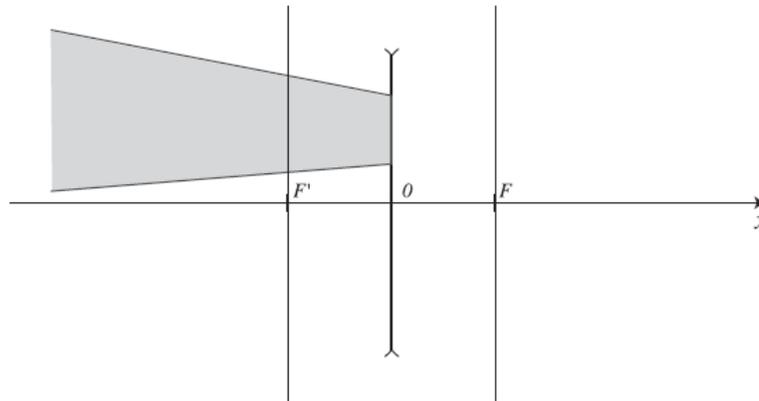


Figure 1 : faisceau convergent arrivant sur une lentille divergente

1.2 On considère un système optique constitué (de gauche à droite) de deux lentilles minces convergentes (C_1) et (C_2) coaxiales de distance focale respective f_1' et $f_2'=f_1'/3$. Quelles sont les conditions pour qu'un faisceau incident parallèle entrant dans la lentille (C_1) induise un faisceau parallèle sortant de la lentille (C_2) ? Argumenter votre réponse par un schéma.

1.3 Faire le tracé correspondant sur la figure (B.1.3) du document réponse. On prendra un faisceau incident de rayons parallèles faisant un angle α avec l'axe optique.

1.4 Etablir l'expression du rapport G (défini positif) des largeurs des faisceaux d'un tel système optique. Pour l'application numérique, on prendra $f_1' = 6 \text{ cm}$. (on pourra s'aider d'un schéma correspondant au cas $\alpha = 0$).

1.5 Le faisceau incident faisant un angle α avec l'axe optique, exprimer l'angle α' du faisceau sortant en fonction de G et de α . Commenter le signe.

1.6 On considère maintenant un système optique constitué (de gauche à droite) de deux lentilles minces (C_1) et (D_2) coaxiales de distance focale respective f_1' et f_2' . La lentille (C_1) est convergente et (D_2) est divergente. Quelles sont les conditions pour qu'un faisceau incident parallèle entrant dans la lentille (C_1) induise un faisceau parallèle sortant de la lentille (D_2) ? Argumenter votre réponse par un schéma.

1.7 Faire le tracé correspondant sur la figure (B.1.7) du document réponse. On prendra un faisceau incident de rayons parallèles faisant un angle α avec l'axe optique.

1.8 Etablir l'expression du rapport G' (défini positif) des largeurs des faisceaux d'un tel système optique.

1.9 Le faisceau incident faisant un angle α avec l'axe optique, exprimer l'angle α' du faisceau sortant en fonction de G' et de α . Commenter le signe.

1.10 Le faisceau sortant est-il toujours formé de rayons parallèles ? (Argumenter)

2) Conception d'un projecteur de diapositives

On cherche à concevoir un projecteur de diapositives (24 mm x 36 mm) permettant d'obtenir une image de 1,20 m de large sur un écran situé en E à $l=3$ mètres du centre optique de la lentille mince (C_1) pour une diapositive horizontale. Dans cette partie du problème, on notera e la distance IF et m la distance $F'E$. Comme on peut le voir sur la figure 2, on remplacera la source lumineuse réelle (à gauche) par une source ponctuelle située en S .

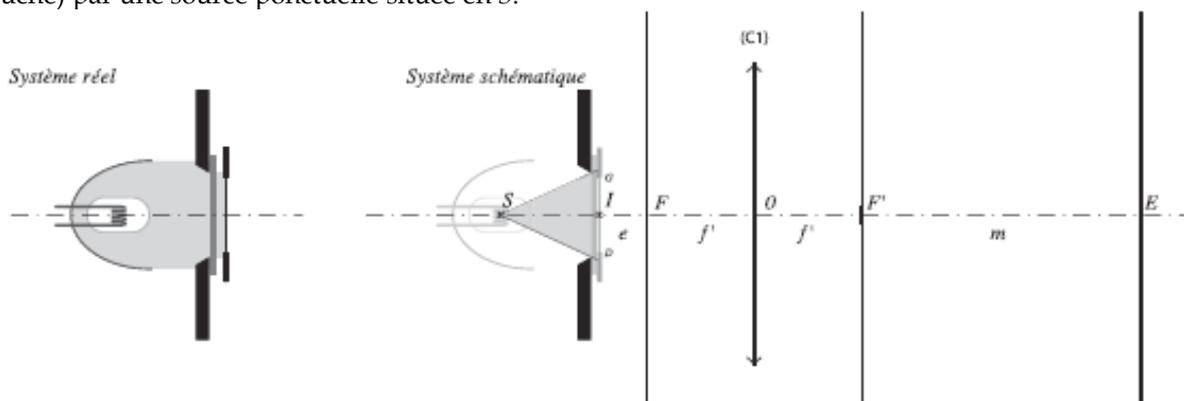


Figure 2 : Vue du projecteur de diapositives

2.1 Quel est le grandissement γ nécessaire ? Commenter le signe.

Dans un premier temps, on utilise le montage de la figure 2 qui comprend une source lumineuse (que l'on supposera ponctuelle) située en un point S (située sur l'axe optique) située en amont d'un diaphragme et un diffuseur épais. La diapositive sera insérée, centrée en l sur l'axe optique juste devant le diffuseur. L'objectif est constitué d'une lentille convergente de focale $f = -OF = OF'$ centrée sur l'axe optique en O .

2.2 Tracer sur la figure (B.2.3) du document réponse G' et D' les images des points G et D représentant respectivement les bords gauches et droits de la diapositive. Dans quel sens faut-il monter la diapositive ? Justifier votre réponse.

2.3 Déterminer les expressions de e , m et f' en fonction du grandissement γ et de l . Réaliser l'application numérique pour le grandissement souhaité.

2.4 On souhaite en plus pouvoir obtenir une image nette par déplacement de l'objectif pour des distances l comprises entre 2 et 5 m. Quelles sont les grandissements et largeurs d'images horizontales correspondant à ces deux limites (image nette d'une diapositive horizontale) ?

2.5 Quelles sont les limites de déplacement de la lentille (C_1) entre O_{min} et O_{max} (donner IO_{min} et IO_{max}) ? Quelle est la course nécessaire pour l'objectif ?

2.6 Quel intérêt/inconvénient voyez-vous à utiliser toute la surface de la lentille ?

DOCUMENT REPONSE

N.B. : Le candidat veillera à bien remettre le présent document réponse avec sa copie et à le placer dans le même sens que les autres copies rendues afin de préserver son anonymat.

Les tracés d'optique étant délicats, le correcteur attachera une importance au soin et à la clarté du document rendu.

Figure B.1.1 :

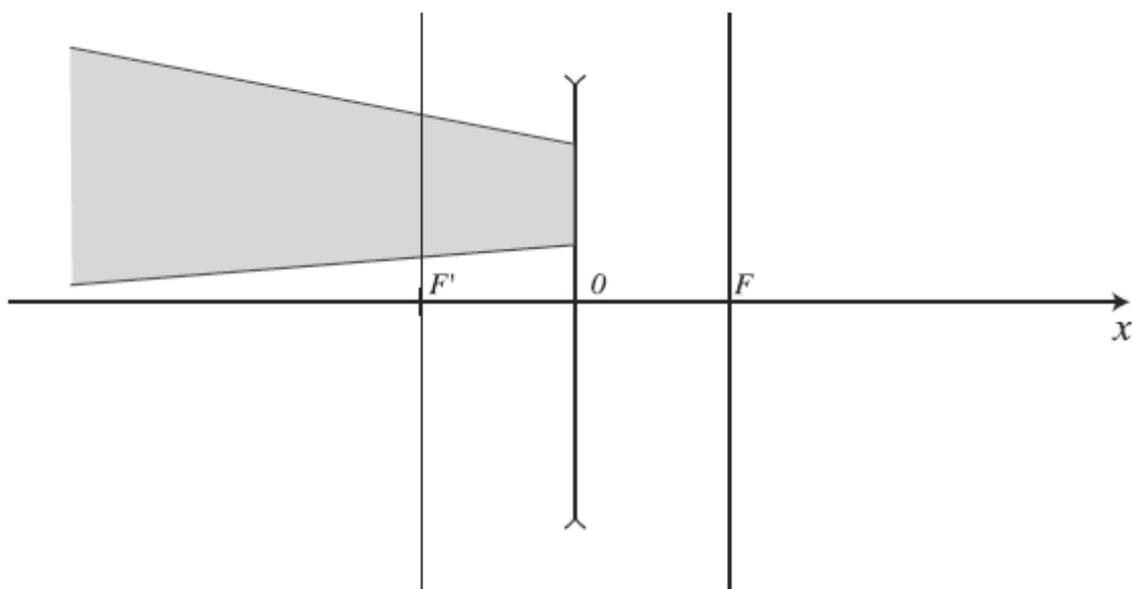


Figure B.1.3 :

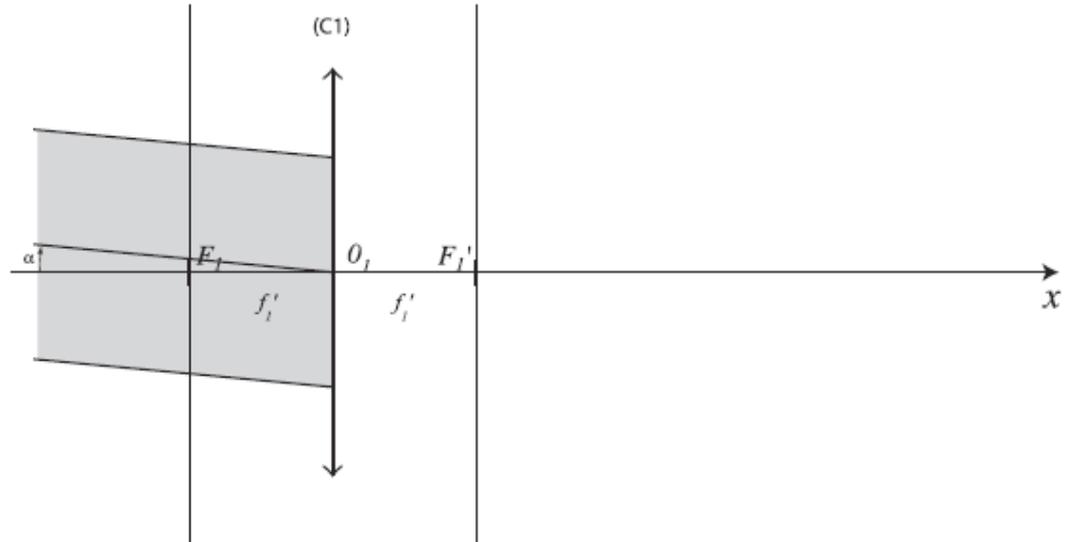


Figure B.1.7 :

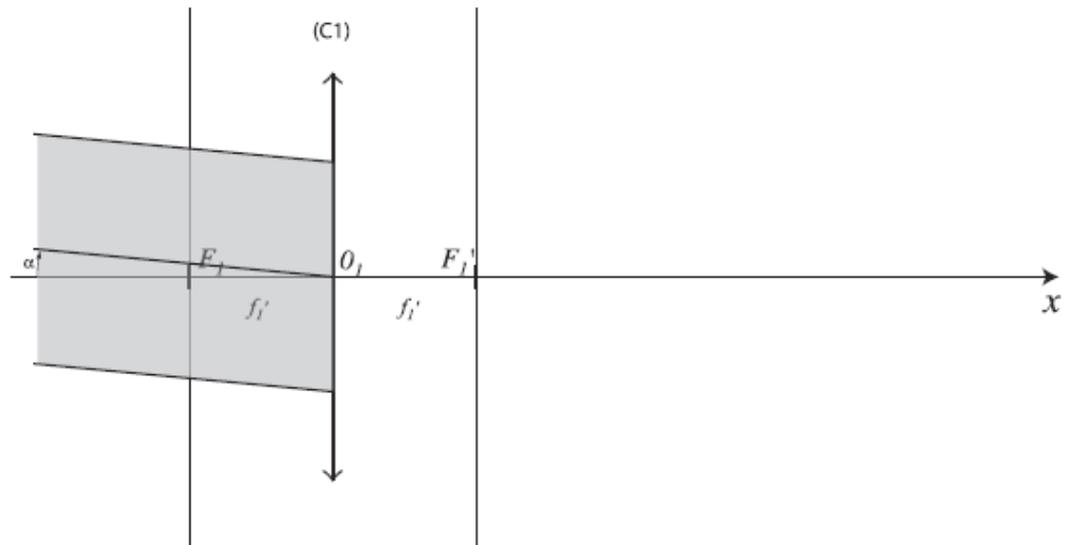


Figure B.2.3 :

