

## Devoir Surveillé n°6

**Durée : 4h00**

❖ **Electricité :**

### Etude d'un filtre ADSL (inspiré de CCP DEUG 2011)

Les lignes téléphoniques acheminent les signaux téléphoniques traditionnels (fréquences  $f$  comprises entre 0 et 5,0 kHz) qui permettent les échanges de conversation et les signaux informatiques « Internet » (fréquences  $f$  comprises entre 25 kHz et 2,5 MHz) (figure B.1). Le but de cette partie est d'étudier un filtre qui permet de « récupérer » un seul type de signaux.

Tous les signaux (tension et intensité) considérés dans cet exercice sont supposés alternatifs sinusoïdaux : les grandeurs complexes associées sont soulignées (avec  $j^2 = -1$ ).

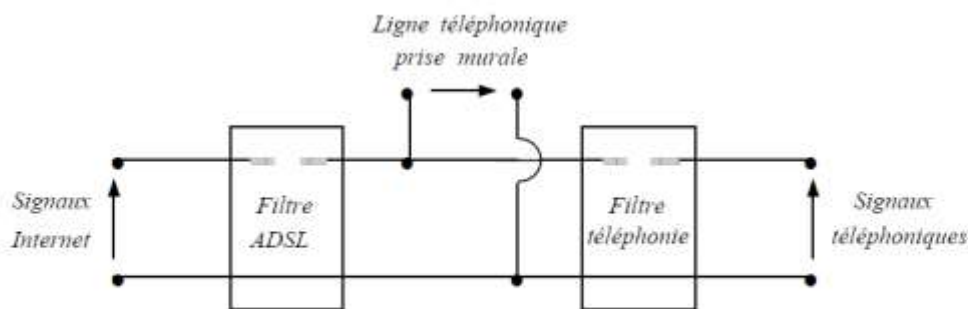


Figure B.1

### Les deux types de filtres

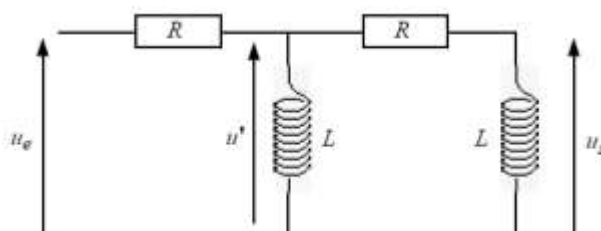
Quatre grands types de filtres sont disponibles : filtres passe-bas, passe-haut, coupe-bande et passe-bande.

- 1) Préciser, sans calcul, le type de filtre à utiliser pour ne « récupérer » que les signaux informatiques.
- 2) Même question pour les signaux « téléphoniques » (destinés à la conversation).
- 3) Donner, sans démonstration, un ordre de grandeur de la fréquence de coupure  $f_c$  nécessaire.

### Étude d'un filtre

On souhaite réaliser un filtre pour lequel l'atténuation est au pire entre 0 et -10 dB pour le domaine des fréquences Internet et qui assure une atténuation minimale de -40 dB dans le domaine des fréquences téléphoniques.

Soit le filtre suivant, constitué de deux résistors identiques de résistance  $R$  et de deux bobines idéales identiques d'inductance  $L$ . La tension d'alimentation et la tension de sortie de ce quadripôle s'écrivent respectivement :  $u_e = U_{e,m} \cos(\omega t)$  et  $u_s = U_{s,m} \cos(\omega t + \varphi)$ .

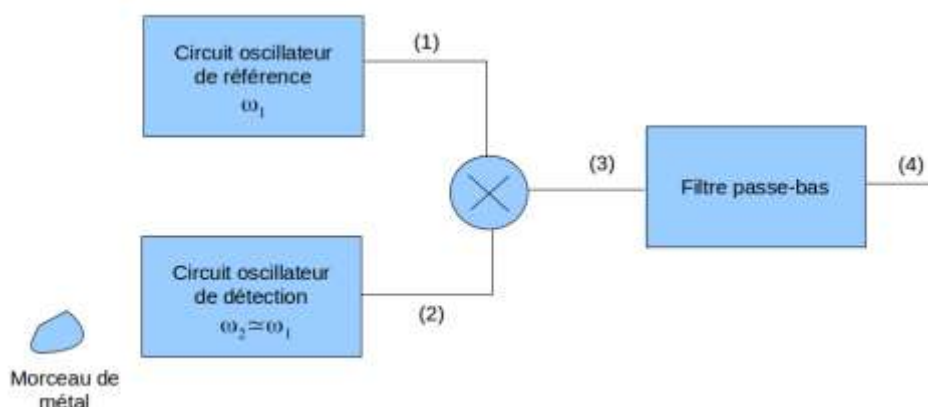


- 4) En dessinant un schéma équivalent en basse fréquence ( $f \rightarrow 0$ ), puis en haute fréquence ( $f \rightarrow +\infty$ ), déterminer, sans calcul, la nature (ou le type) de ce filtre. En déduire la nature des signaux que ce quadripôle laisse « passer ».
- 5) Exprimer, d'une part, la tension de sortie complexe  $\underline{u}_s$  en fonction des grandeurs  $\underline{u}'$ ,  $R$  et  $\underline{Z}_L$  (impédance complexe de la bobine), puis, d'autre part, la tension complexe  $\underline{u}'$  en fonction des grandeurs  $R$ ,  $\underline{u}_e$  et  $\underline{Z}_L$ .
- 6) Écrire la fonction de transfert de ce filtre sous la forme  $\underline{H}(j\omega) = \frac{A}{B + jC}$ , avec  $A$ ,  $B$  et  $C$  constantes réelles, puis sous la forme  $\underline{H}(jx) = \frac{-x^2}{1 - x^2 + 3jx}$ , avec  $x$  la pulsation réduite :  $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ . On précisera l'expression de  $\omega_0$  en fonction de  $R$  et  $L$ .
- 7) On souhaite que la fréquence de coupure de ce filtre,  $f_c$ , soit égale à 15 kHz.
  - a) Rappeler la définition de la fréquence de coupure. La 1<sup>ère</sup> condition est-elle satisfaite ?
  - b) Exprimer  $f_c$  en fonction de  $R$  et  $L$ .
  - c) En déduire la valeur de la résistance  $R$  des résistors à utiliser si l'inductance  $L$  de la bobine est de 1,40 mH.
- 8) Donner les expressions, voire les valeurs numériques approchées le cas échéant, du gain en décibels,  $G_{dB}$ , et du déphasage  $\varphi$  entre  $u_s$  et  $u_e$  pour  $x \rightarrow 0$ ,  $x = 1$  et  $x \rightarrow +\infty$ .
- 9) En déduire le diagramme de Bode asymptotique de ce filtre. Esquisser, sur ces graphes, l'allure des courbes réelles correspondantes.
- 10) La 2<sup>ème</sup> condition est-elle réalisée ?
- 11) Pourquoi ne pas avoir utilisé un simple filtre ( $R, L$ ) du premier ordre (circuit ( $R, L$ ) série, la tension  $v_s$  étant mesurée aux bornes de la bobine) ?

### Résolution de problème :

Les premiers détecteurs de métaux « à battements » étaient constitués de deux circuits LC oscillants à la même pulsation. La présence d'un métal modifiait légèrement la valeur de l'une des deux inductances, si bien que l'on se retrouvait avec deux signaux sinusoïdaux de fréquences voisines :  $u_1 = U_{m1} \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$  pour le circuit de référence et  $u_2 = U_{m2} \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$  pour le circuit de détection.

Ces deux signaux étaient multipliés l'un par l'autre, puis le signal résultant filtré de manière à récupérer un signal sinusoïdal de fréquence égale à la différence de fréquence entre les deux signaux initiaux. Le signal pouvait ensuite être envoyé par exemple sur une LED clignotant à une fréquence de plus en plus élevée à l'approche d'un objet métallique.



On donne  $L = 1$  mH et  $C = 0,1$  F. Déterminer les caractéristiques du filtre.

*Posez-vous les bonnes questions.... Quelle est la pulsation propre d'un oscillateur LC ? Quel est le spectre du signal en entrée du filtre ? Etc...*

❖ **Mécanique :**

Un joueur veut marquer trois points en envoyant la balle dans un panier situé à une hauteur de  $H = 3 \text{ m}$  depuis une ligne située à  $L = 6 \text{ m}$  de celui-ci. Le lancer se fait à une hauteur  $h = 2 \text{ m}$  par rapport au sol. On souhaite trouver la relation entre l'angle de tir  $\alpha$  et la norme  $v_0$  de la vitesse au lancer pour réussir le panier.

Le référentiel terrestre est supposé galiléen. On néglige les frottements. L'accélération de pesanteur est  $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$

- 1) Dans un repère que vous aurez au préalable choisi, déterminer l'équation de la trajectoire du ballon assimilé à un point matériel  $M$  de masse  $m$ .
- 2) En déduire la relation souhaitée.
- 3) Application numérique : dans le cas où cet angle est de  $45^\circ$ , quelle doit être la vitesse  $v_0$  de la balle ?
- 4) Quel est l'angle qui permet de minimiser la norme de la vitesse  $v_0$  ?
- 5) Pour une vitesse donnée, on obtient une équation polynomiale d'ordre 2 pour  $\tan \alpha$ .
  - a) Déterminer cette équation (*SOS : il faudra exprimer  $\cos \alpha$  en fonction de  $\tan \alpha$* )
  - b) Quelle solution faut-il choisir ? Pourquoi ?
- 6) Le joueur peut aussi marquer indirectement après un rebond sur un panneau situé à une distance  $d=25 \text{ cm}$  du centre du panier. Lors du rebond, la norme de la vitesse est conservée de sorte que si la vitesse juste avant le choc était  $\vec{v} = v_x \vec{u}_x + v_y \vec{u}_y$ , elle devient juste après celui-ci  $\vec{v}' = -v_x \vec{u}_x + v_y \vec{u}_y$ .
  - a) Dessiner la trajectoire d'un lancer qui atteint le panier après un rebond.
  - b) Par quel point passerait le ballon s'il n'y avait pas le rebond ? En déduire la nouvelle relation entre l'angle  $\alpha$  et la norme  $v_0$  de la vitesse au lancer.

❖ **Chimie**

Qui ne connaît pas le célèbre effet "Coca + Mentos", dont le mélange provoque un impressionnant geyser de mousse pouvant atteindre 2 à 3 m de hauteur ?

Toutes les boissons gazeuses contiennent un gaz dissout en plus ou moins grande quantité : le dioxyde de carbone  $\text{CO}_2$ . Le  $\text{CO}_2$  a la particularité d'être soluble dans l'eau et former un équilibre qui dépend de l'acidité et de la température.

Le  $\text{CO}_2$  gazeux est en équilibre avec sa forme solvatée  $\text{CO}_{2(\text{aq})}$  :  $\text{CO}_{2(\text{g})} \rightleftharpoons \text{CO}_{2(\text{aq})}$  que l'on peut écrire en faisant apparaître plus explicitement la molécule d'eau :  $\text{CO}_{2(\text{g})} + \text{H}_2\text{O}_{(\text{l})} \rightleftharpoons \text{H}_2\text{CO}_{3(\text{aq})}$

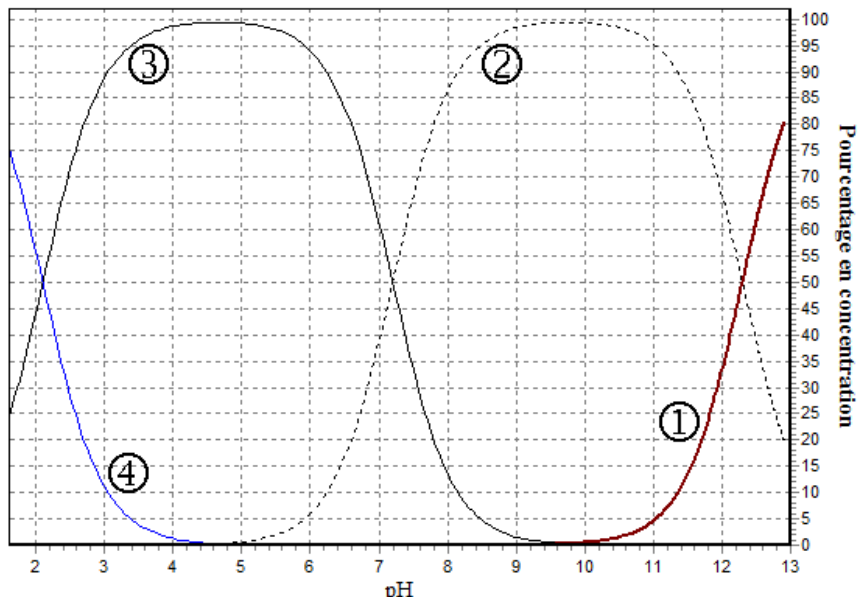
La forme solvatée «  $\text{H}_2\text{CO}_3$  » est un diacide ( $\text{p}K_{\text{a}1}=6,35$  et  $\text{p}K_{\text{a}2}=10,33$ ).

- 1) Tracer le diagramme de prédominance.
- 2) L'équilibre de dissolution peut être influencé par divers paramètres. Le pH est un de ces paramètres. Quelle est l'espèce prédominante en milieu acide ?

La molécule responsable de la forte acidité du coca est l'acide phosphorique  $\text{H}_3\text{PO}_4$  (E338).

- 3) L'acide phosphorique est un triacide faible. Expliquer le terme acide faible.
- 4) Donner les trois couples acido-basiques issus de l'acide phosphorique.

- 5) On donne ci-après le diagramme de distribution des espèces mises en jeu dans les couples. Attribuer chaque courbe. Déduire du graphe les pKa des différents couples, justifier.



On s'intéresse au pH d'une solution aqueuse d'acide phosphorique, initialement à la concentration  $C_0 = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ .

- 6) On ne considère que la première acidité de l'acide phosphorique. Ecrire l'équation bilan de la réaction entre l'acide phosphorique et l'eau.
- 7) Quelle est la constante d'équilibre de cette réaction ?
- 8) A l'aide d'un tableau d'avancement, déterminer les différentes concentrations à l'équilibre. En déduire le pH de la solution.
- 9) Quelles sont les espèces majoritairement présentes à ce pH ?
- 10) En supposant que la solution a effectivement cette valeur de pH, vérifier par le calcul que les concentrations des espèces  $\text{HPO}_4^{2-}$  et  $\text{PO}_4^{3-}$  sont négligeables.

*Pourquoi le mentos ????*

*Même si toutes les conditions (forte acidité et température élevée favorisant la libération de  $\text{CO}_{2(aq)}$  en  $\text{CO}_{2(g)}$ ) sont réunies, un geyser ne sort pas spontanément de la bouteille dès son ouverture ! Il manque un amorçage essentiel au dégazage brusque de la boisson. La boisson est dans un état métastable : un état qui ne demande qu'à être perturbé pour évoluer vers un état beaucoup plus stable.*

*Une possibilité est de secouer la bouteille... L'autre possibilité est d'introduire dans la boisson un corps solide rugueux ou poreux. Le Mentos normal (pas la version sans sucre) possède justement un très grand nombre d'aspérités à leur surface, probablement dues à leur enrobage de sucre. L'introduction de plusieurs Mentos dans la boisson gazeuse provoque alors la germination des bulles de gaz carbonique en très grande quantité...*