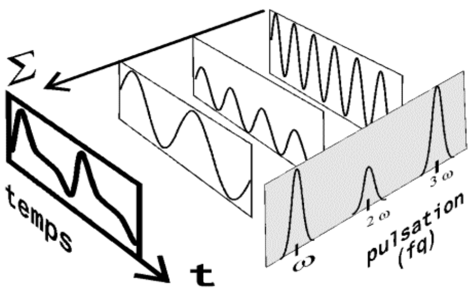
Chapitre 19 : Filtrage linéaire

Ce qu'il faut retenir

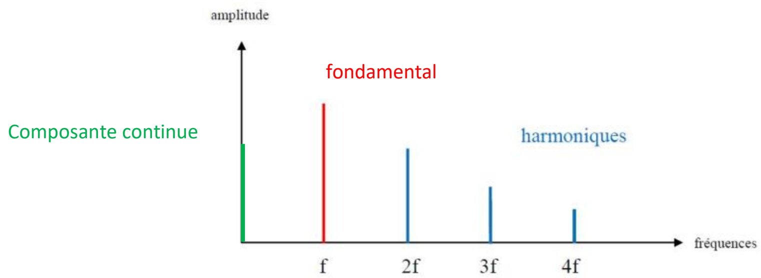
SPECTRE D'UN SIGNAL PERIODIQUE :

Tout signal périodique de pulsation ω est la somme de fonctions sinusoïdales de pulsations ω, 2ω, 3ω… et éventuellement d'une constante, la composante continue ou valeur moyenne.



Le spectre du signal est l'ensemble des composantes de sa décomposition en série de Fourier (amplitude et phase).

On le représente par un diagramme en bâtons donnant les amplitudes ou l'amplitude et la phase en fonction des pulsations $n\omega$ ou des fréquences nf.



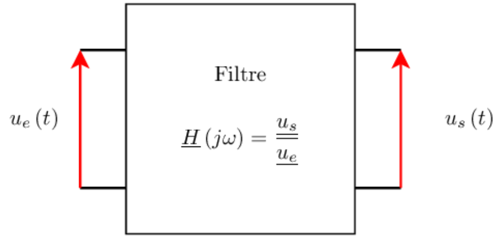
- ✓ La composante continue du signal correspond à f = 0.
- ✓ La composante fondamentale donne de la fréquence du signal.
- ✓ Les harmoniques sont de fréquences multiples de celle de la fondamentale.

Plus une fonction périodique varie brutalement, plus les harmoniques élevés jouent un rôle important dans sa décomposition en série de Fourier : des signaux très brefs ont un spectre très étendu en fréquence.

Une sinusoïde infinie décrite par la fonction seule composante fréquentielle : le fondamental. **Le signal est dit monochromatique.**

FILTRES :

On appelle **filtre** tout système réalisant une opération de traitement du signal (amplification, atténuation, déphasage) sur un critère fréquentiel. On le modélise par un quadripôle



Fonction de transfert : $\underline{H} = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e}$

Le **gain en décibel** et la **phase** (déphasage entre la sortie et l'entrée) du filtre sont définis par : $G_{dB} = 20\log|\underline{H}|$ et $\varphi = \arg \underline{H}$

Pulsation de coupure à -3dB : **pulsation ω_c pour laquelle $|\underline{H}(j\omega_c)| = \frac{|\underline{H}|_{\max}}{\sqrt{2}}$, ce qui correspond à une diminution du gain en décibel de 3 dB par rapport à sa valeur maximale : $G(\omega_c) = G_{max} - 3$.**

Bande passante à -3dB : **domaine de fréquences ou de pulsations pour lequel le gain ne diminue pas de plus de 3 dB par rapport à sa valeur maximale.**

ONDES ET SIGNAUX-Signaux dans l'ARQS
Chapitre 19 : Filtrage linéaire

Réponse d'un filtre linéaire à un signal périodique

Si le filtre est linéaire, la fréquence de chaque harmonique est inchangée en sortie mais son amplitude et sa phase peuvent être modifiées.
Le signal de sortie correspond à l'addition des différents harmoniques transmis et modifiés par le filtre.

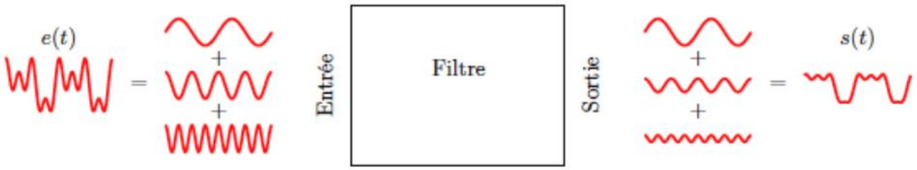
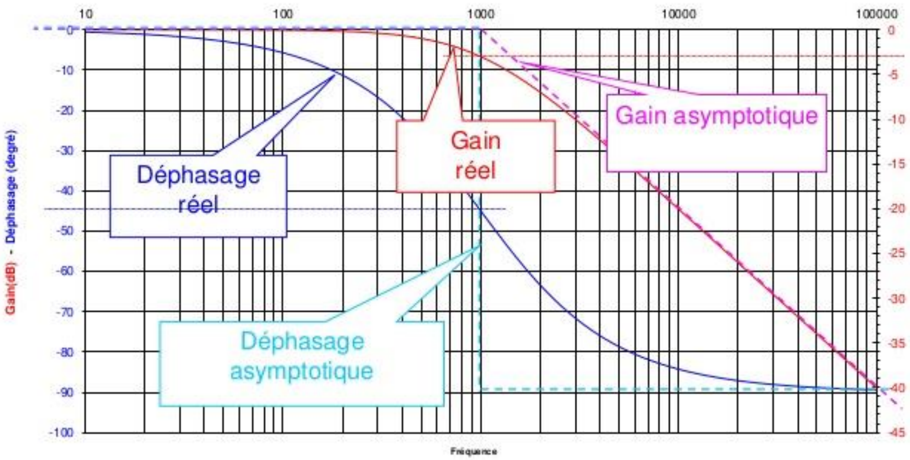


Diagramme de Bode

Le diagramme de Bode est la représentation d'une fonction de transfert d'un système stable à l'aide de 2 courbes :

- **Courbe de réponse en gain en décibel :** on trace G_{dB} en fonction de la fréquence ou de la pulsation dans une échelle logarithmique.
- **Courbe de réponse en phase :** on trace φ en fonction de la fréquence ou de la pulsation dans une échelle logarithmique.

Exemple :



Filtre passe-bas : Il laisse passer les basses fréquences.
Bande passante : $[0,\omega_c]$

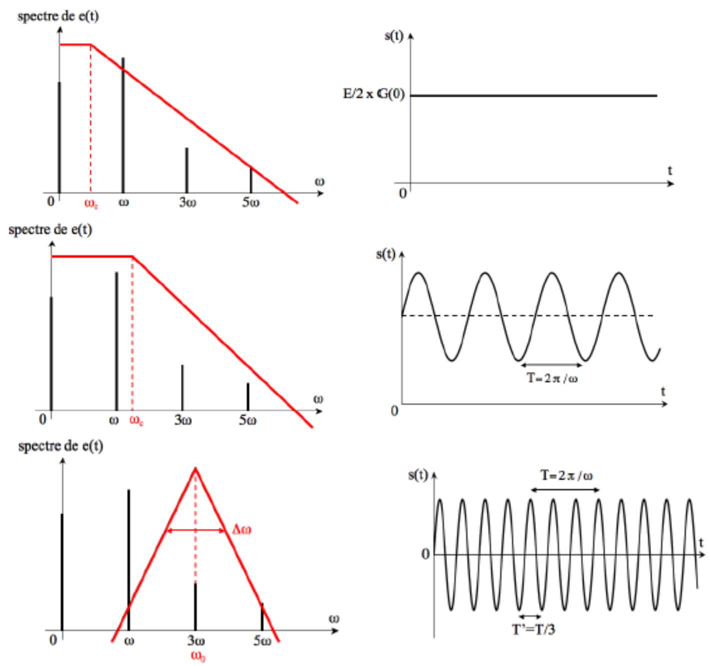
Filtre passe-haut : Il laisse passer les hautes fréquences.
Bande passante : $[\omega_c, \infty]$

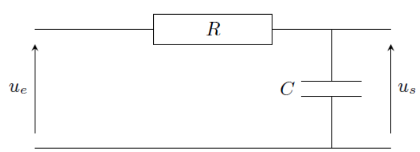
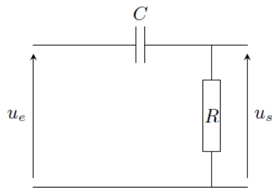
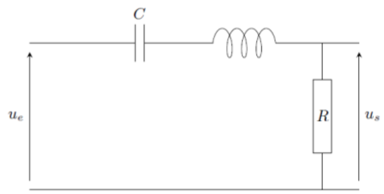
Filtre passe-bande : Il ne laisse passer qu'une bande de fréquences compris entre deux fréquences de coupure. Son gain est maximal pour une pulsation dite pulsation de résonance ω_0. Le facteur de qualité décrit la capacité du filtre à sélectionner une fréquence. Il représente le rapport entre la pulsation de résonance et la largeur de la bande passante.
Bande passante : $[\omega_{c1}, \omega_{c2}]$

Filtre coupe-bande : Il atténue une plage de fréquences.
Bandes passantes : $[0, \omega_{c1}]$ $[\omega_{c2}, \infty]$

Les filtres passe-bande et coupe-bande sont au moins du second ordre.

La superposition du diagramme de Bode et du spectre du signal d'entrée permet de se faire une idée sur le signal de sortie.



	Filtre passe bas du 1er ordre	**Filtre passe haut du 1er ordre**	**Filtre passe bande du 2nd ordre**
Exemples			
Fonction de Transfert	$\underline{H} = \dfrac{H_0}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0}}$ avec ω_0 **la pulsation de coupure** et H_0 le gain statique ($H_0=\underline{H}(0)$)	$\underline{H} = H_0 \dfrac{j\dfrac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0}}$ avec ω_0 **la pulsation de coupure** et H_0 le gain haute fréquence ($H_0=\underline{H}(\infty)$)	$\underline{H} = \dfrac{H_0}{1 + jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}$ avec ω_0 **la pulsation de résonance** et H_0 le gain à la résonance ($H_0=\underline{H}(\omega_0)$)
Gain maximal en dB	Pour $\omega = 0$: $G_{dB,max} = 20 \log(\lvert H_0 \rvert)$	Pour $\omega \to \infty$ 0 : $G_{dB,max} = 20 \log(\lvert H_0 \rvert)$	Pour $\omega = \omega_0$: $G_{dB,max} = 20 \log(\lvert H_0 \rvert)$
Diagrammes de Bode *Tracés en fonction de x=$\frac{\omega}{\omega_0}$ et pour H_0 = 1)*