

ELECTROCINETIQUE - TRAVAUX DIRIGES N° 3

Oscillateurs harmoniques



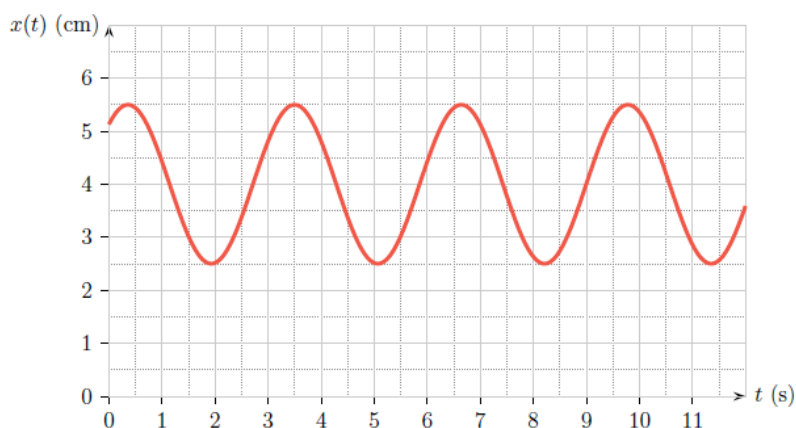
Compétences et capacités scientifiques mises en œuvre dans ce TD

- ✓ **ELEC3-1** Etablir et connaître l'équation différentielle qui caractérise un oscillateur harmonique
- ✓ **ELEC3-2** Exprimer la solution compte tenu des conditions initiales et du facteur de qualité
- ✓ **ELEC3-3** Donner les caractéristiques de l'oscillateurs (période, fréquence, amplitude, facteur de qualité...)
- ✓ **ELEC3-4** Tracer ou savoir interpréter un portrait de phase
- ✓ **ELEC3-5** Analyser sur des relevés expérimentaux la nature des régimes transitoires en fonction des paramètres caractéristiques
- ✓ **ELEC3-6** Prévoir l'évolution du système à partir de considérations énergétiques
- ✓ **ELEC3-7** Savoir faire l'analogie électromécanique

Exercice n° 1 : Analyse d'un chronogramme (★)

ELEC3-1 / ELEC3-3 / ELEC3-5

On étudie un oscillateur mécanique dont le chronogramme $x(t)$ est le suivant :



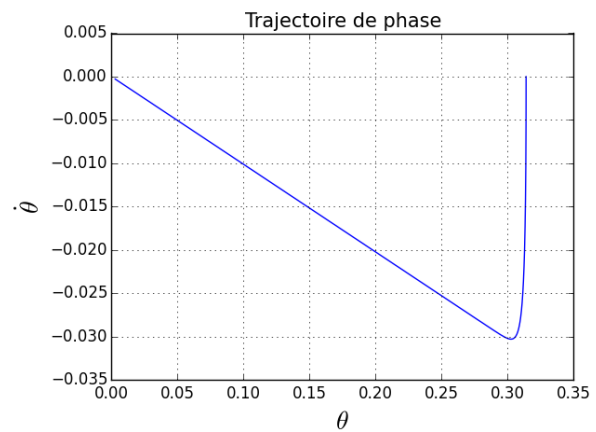
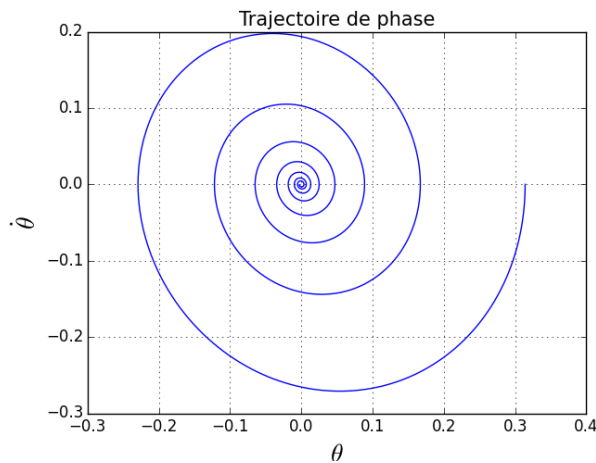
- 1) Quelle est la nature du mouvement de l'oscillateur ?
- 2) Quelle est la position d'équilibre de l'oscillateur ?
- 3) Quelle est la période et l'amplitude des oscillations ?
- 4) Quelle est la phase à l'origine ?
- 5) Quelles sont les conditions initiales ?
- 6) Dessiner le portrait de phase de l'oscillateur.

Exercice n° 2 : Etude d'un portrait de phase (★★)

ELEC3-1 / ELEC3-3 / ELEC3-4 / ELEC3-5

On donne ci-dessous les portraits de phase d'un oscillateur harmonique mécanique plongé dans deux fluides de viscosités différentes.

- 1) Quelle est la nature du mouvement dans chaque cas ?
- 2) Dans chaque cas, construire l'allure du chronogramme $\theta(t)$.

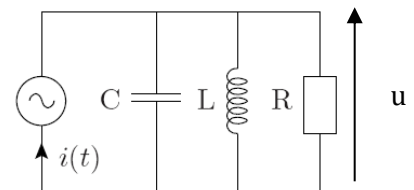


Exercice n° 3 : Circuit RLC parallèle (★★)

ELEC3-1 / ELEC3-2 / ELEC3-3

On considère le circuit ci-contre. À l'instant $t = 0$, le générateur de courant impose que $i(t)$ passe de 0 à $I = 10 \text{ mA}$. Les composants sont choisis tels que $R = 50 \Omega$, $C = 400 \text{ nF}$ et $L = 10 \text{ mH}$.

- 1) En dérivant la loi des nœuds, établir l'équation différentielle satisfaite par $u(t)$ dans ce circuit.
- 2) Mettre cette équation sous forme canonique et donner l'expression de la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q en fonction de R , L et C .
- 3) Quel est le type d'évolution de u ?
- 4) Justifier qu'à l'instant $t = 0$, le courant traversant la bobine et la tension u sont tous deux nuls. En déduire l'expression de $u(t)$.
- 5) Représenter l'allure de $u(t)$.

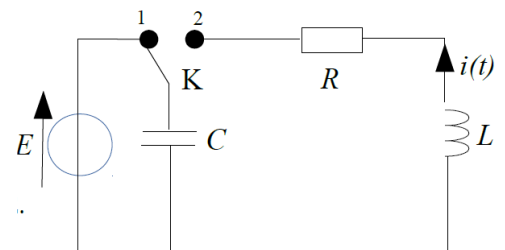


Exercice n° 4 : Régime libre du circuit RLC (★★)

ELEC3-1 / ELEC3-2 / ELEC3-3 / ELEC3-6

On considère le circuit ci-contre constitué d'un condensateur parfait de capacité C , d'une inductance L en série avec un résistor R et d'un générateur de tension continue E . Le commutateur K est initialement en position (1) depuis suffisamment longtemps pour pouvoir supposer le condensateur chargé.

À l'instant $t = 0$, le commutateur K est basculé dans la position (2). On note $i(t)$ est l'intensité dans la branche de la bobine et $u(t)$ la tension aux bornes de C en convention récepteur.



- 1) Établir l'équation différentielle satisfaite par la tension $u(t)$ aux bornes du condensateur quand le commutateur K est basculé dans la position (2).
- 2) Mettre sous la forme canonique. En déduire l'expression de la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q en fonction de R , L et C .
- 3) Exprimer la pseudo-période des oscillations.
- 4) Résoudre l'équation différentielle.
- 5) Donner un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire.

Exercice n° 5 : Vibration d'un verre (★★★) (CCS TSI 2018)

ELEC3-1 / ELEC3-2 / ELEC3-3 / ELEC3-7

Il est extrêmement facile, en frappant un verre à pied, d'entendre le son que celui-ci émet. On se propose dans cette partie de déterminer, à partir d'une modélisation simple, quelques propriétés des oscillations libres d'un verre mis ainsi en vibration. Un verre à pied est frappé,

à l'instant $t = 0$, au niveau du bord supérieur à l'aide d'un petit marteau. Le son émis est enregistré par ordinateur. La figure 3 représente le chronogramme de cet enregistrement

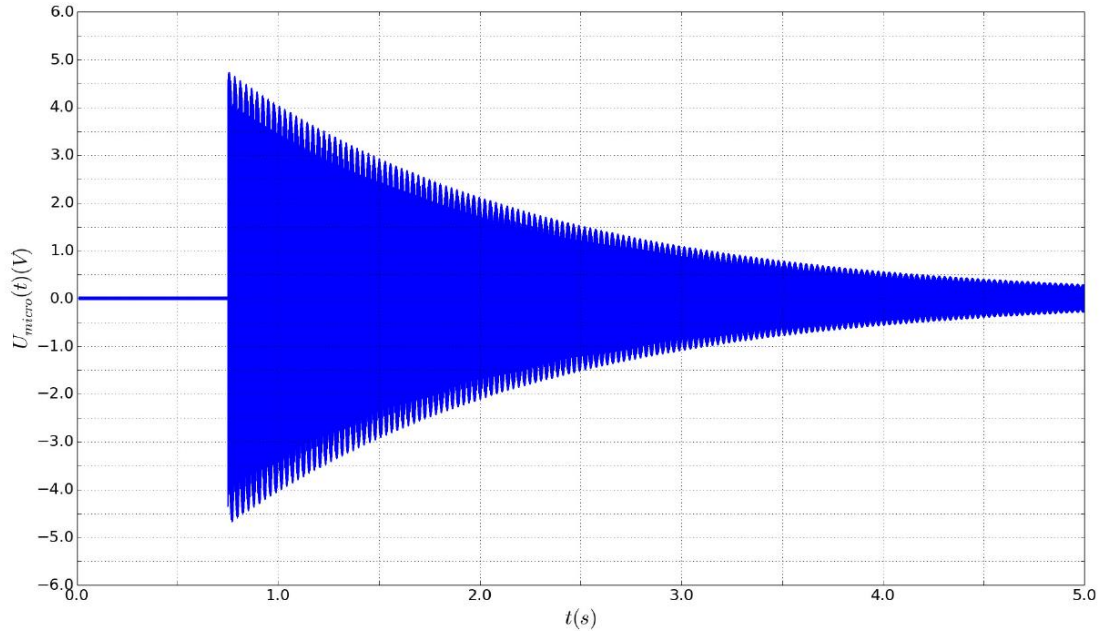


Figure 3 Chronogramme de l'enregistrement sonore du verre

Quand le verre est en vibration, son bord supérieur oscille autour de sa position au repos. Afin d'estimer le facteur de qualité du verre, on le modélise par une masse m mobile sur l'axe (Ox) horizontal associée à un ressort de raideur k , de longueur à vide nulle (figure 6).

Verre au repos

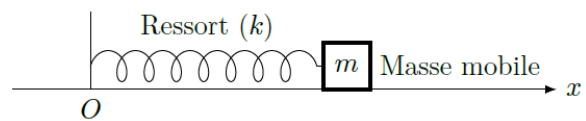
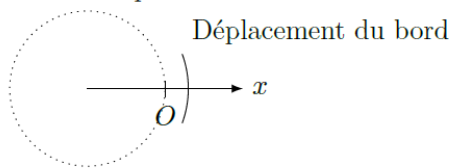


Figure 6 Modèle mécanique du déplacement

Les frottements seront, quant à eux, modélisés par un frottement fluide de type $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$ où $\vec{v}$ désigne le vecteur vitesse de la masse m .

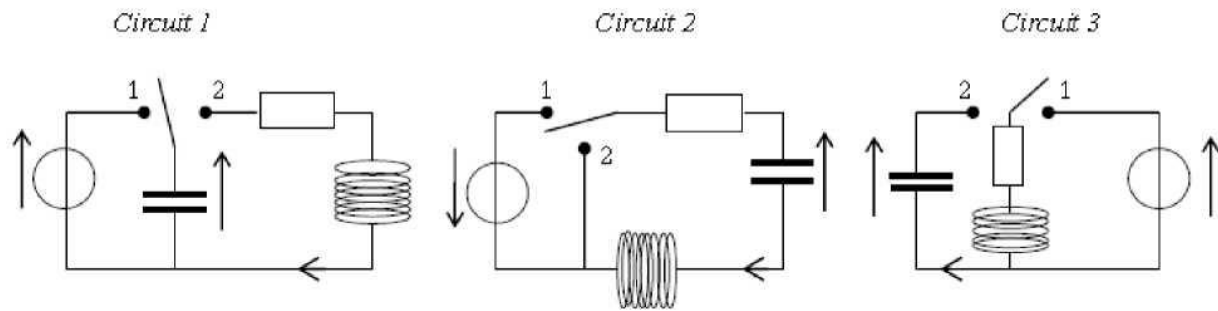
- 1) Montrer que l'équation différentielle traduisant l'évolution temporelle de $x(t)$ s'écrit de la façon suivante, avec ω_0 et Q deux constantes que l'on exprimera en fonction de α , k et m :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

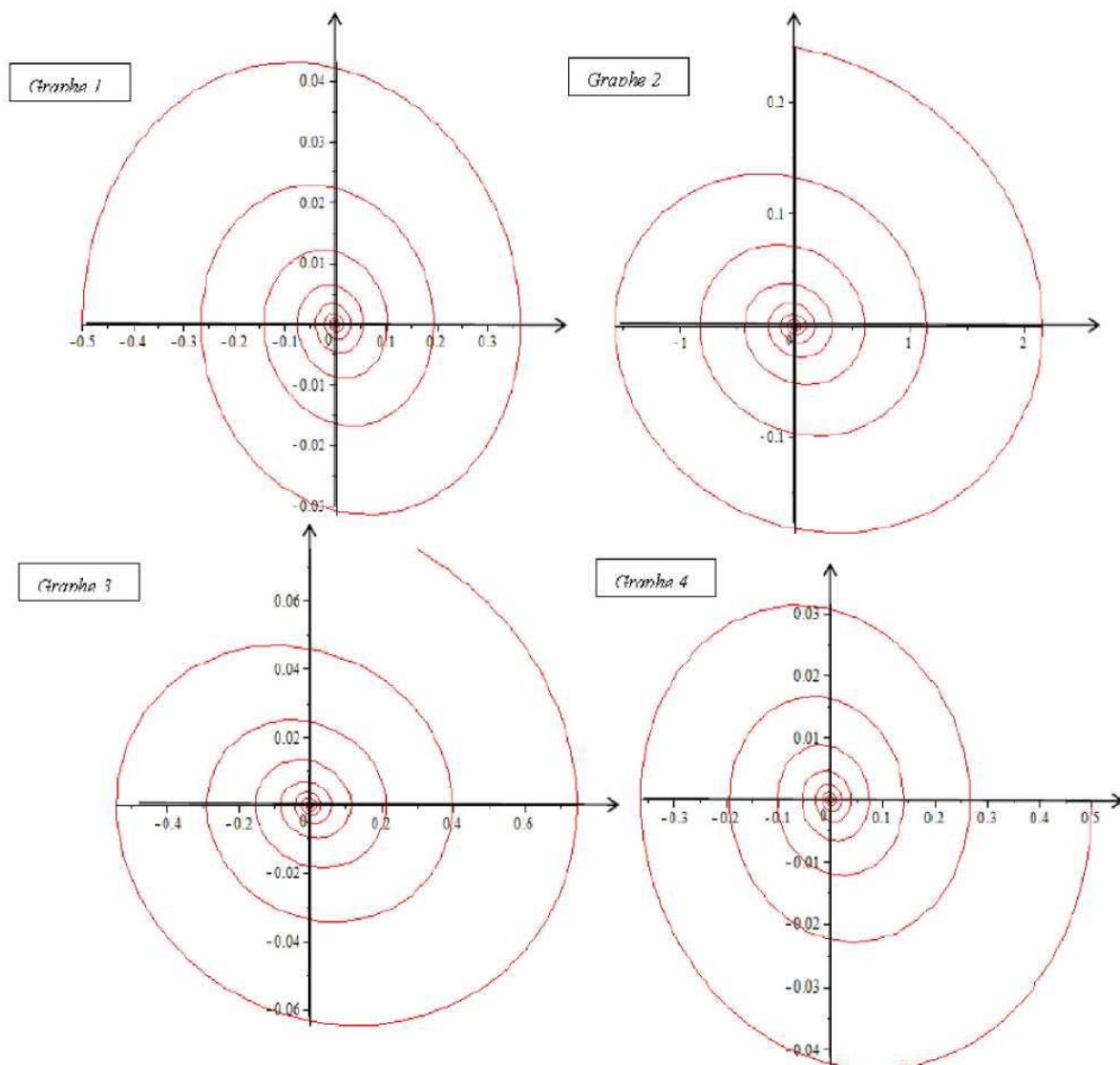
- 2) Quelle est la signification physique de ω_0 et de Q ? Quelles sont les unités de ces deux grandeurs ?
- 3) Compte tenu du choc initial avec le marteau, déterminer, dans le cas d'un frottement « faible », l'expression de la solution $x(t)$ avec les conditions initiales $x(0) = 0$ et $v = V_0$. Représenter son allure.
- 4) En quoi, l'enregistrement de la figure 3 est-il en accord avec la modélisation par un frottement fluide ?
- 5) On constate que l'amplitude est divisée par 2 toutes les secondes. Proposer une estimation du facteur de qualité Q en fonction de ω_0 .

Exercice n° 6 : Identification de portraits de phase (Résolution de problème)

On considère trois circuits permettant d'étudier la réponse d'un circuit RLC soumis à un échelon de tension E .



Dans chaque cas, l'interrupteur bascule à $t = 0$ de la position 1 à la position 2. Pour chacun des trois circuits, on étudie l'évolution temporelle de la tension aux bornes du condensateur et on trace le portrait de phase en portant $u_c(t)$ en abscisses (en kV) et $i(t)$ en ordonnées (en A).



Associer trois des quatre portraits de phase aux trois circuits étudiés.