

Filtrage linéaire



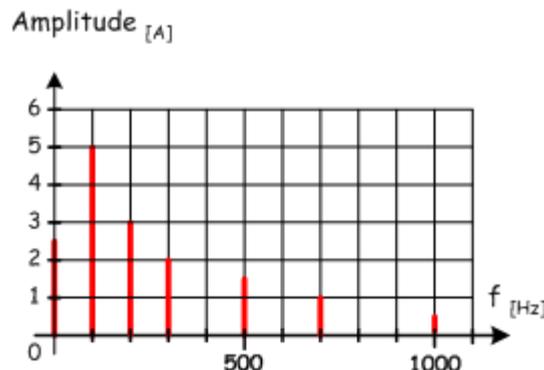
Compétences et capacités scientifiques mises en œuvre dans ce TD

- ✓ **ELEC5-1** Exploiter le spectre d'un signal périodique (composante continue, fondamental et harmoniques)
- ✓ **ELEC5-2** Définir la valeur moyenne et la valeur efficace
- ✓ **ELEC5-3** Déterminer qualitativement le spectre du signal de sortie d'un filtre à partir du spectre du signal d'entrée et du diagramme de Bode ou du gabarit
- ✓ **ELEC5-4** Prévoir le comportement d'un filtre à basses et hautes fréquences
- ✓ **ELEC5-5** Utiliser une fonction de transfert et ses représentations graphiques pour étudier la réponse d'une système linéaire à une excitation périodique (pulsation de coupure, bande passante)
- ✓ **ELEC5-6** Utiliser les échelles logarithmiques et interpréter les zones rectilignes des diagrammes de Bode d'après l'expression de la fonction de transfert
- ✓ **ELEC5-5** Déterminer la pulsation propre et le facteur de qualité à partir de graphes d'amplitudes et de phase

Exercice n° 1 : Analyse spectrale (★)

ELEC5-1 / ELEC5-2

L'analyse spectrale d'une intensité a donné le spectre en amplitude suivant :



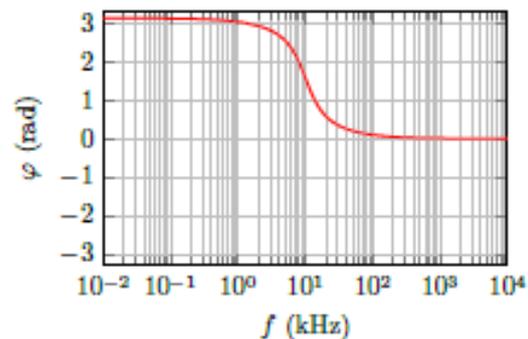
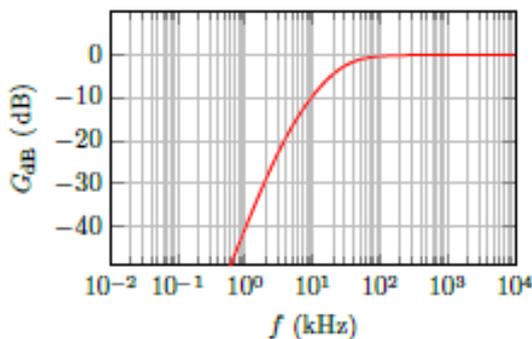
- 1) S'agit-il d'un signal périodique, justifier ? Si oui, quelle est la fréquence de ce signal ?
- 2) Quelle est la valeur moyenne du signal ?

Exercice n° 2 : Utilisation d'un diagramme de Bode (★★)

ELEC5-3 / ELEC5-5

On envoie en entrée d'un filtre un signal périodique de fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi} = 1 \text{ kHz}$:

$e(t) = 4 (1 + \cos(\omega t) + \cos(10\omega t) + \cos(100\omega t))$. On fournit ci-dessous le diagramme de Bode.



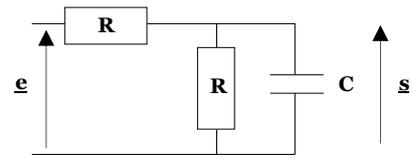
- 1) Dessiner le spectre en amplitude et en phase du signal d'entrée.
- 2) Déterminer le signal $s(t)$ de sortie du filtre. En déduire son spectre en amplitude et en phase.

Exercice n° 3 : Action d'un filtre sur un signal triangulaire (★★)

ELEC5-4 / ELEC5-5 / ELEC5-6

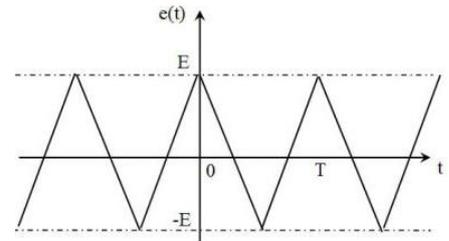
1) On considère le filtre suivant.

- a) Déterminer sans calcul la nature de ce filtre.
- b) Etablir l'expression la fonction de transfert de ce filtre.
- c) Déterminer la bande passante du filtre en fonction de R et C, on notera ω_c la pulsation de coupure du filtre.



2) La tension d'entrée est désormais triangulaire de pulsation égale à ω_c (définie précédemment) et d'amplitude $E = 1$ V. Le développement de Fourier de cette tension $e(t)$ est donné ci-dessous :

$$e(t) = (8E / \pi^2) [\cos(\omega_c t) + \frac{1}{3^2} \cos(3\omega_c t) + \frac{1}{5^2} \cos(5\omega_c t) + \dots]$$



On constate expérimentalement que la tension de sortie $s(t)$ est quasi-sinusoidale. Justifier et donner son expression en 1^{ère} approximation.

Exercice n° 4 : Récepteur audio (★★)

ELEC5-4 / ELEC5-5

Un récepteur radio doit capter les signaux sur une gamme de fréquence allant de 150 à 300 kHz. Il peut être modélisé par un circuit RLC série avec $R = 2$ k Ω et $L = 1$ mH.

- 1) Quel type de filtrage doit-il réaliser ? En déduire le dipôle aux bornes duquel la tension de sortie doit être mesurée.
- 2) Établir la fonction de transfert du filtre. Mettre sous la forme $\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$ en précisant

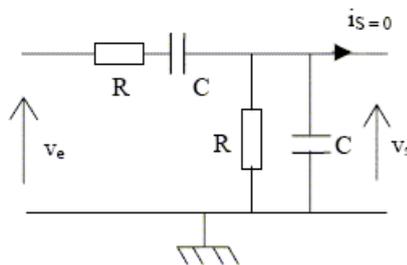
les expressions de H_0 , Q et ω_0 .

- 3) Déterminer les valeurs de C répondant aux attentes.

Exercice n° 5 : Pont de Wien (★★★)

ELEC5-5 / ELEC5-6 / ELEC5-7

On considère le filtre, appelé « pont de Wien », composé d'une part un dipôle RC série et d'autre part une association RC parallèle. Le diagramme de Bode pour le module et la phase est fourni ci-après.

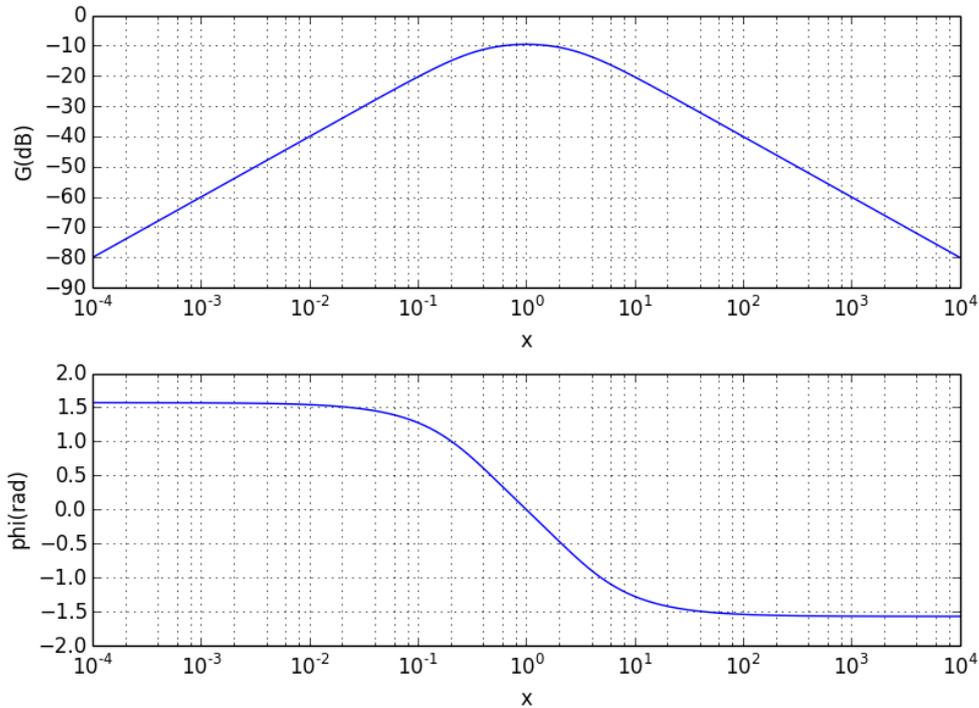


- 1) Quelle est la nature de ce filtre ?
- 2) Exprimer la fonction de transfert \underline{H} . En tenant compte de la nature du filtre déterminée ci-dessus,

proposer une forme canonique du type $\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$. Préciser la signification des

constantes introduites vis-à-vis du filtre. On pose $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ la pulsation réduite.

- 3) Un circuit multiplieur fournit le signal d'entrée $u_e(t) = 2 \cos(\omega_1 t) \cos(\omega_2 t)$. ($\omega_1 = 100\omega_0$, $\omega_2 = 101\omega_0$). Après linéarisation, déterminer la tension de sortie du filtre.



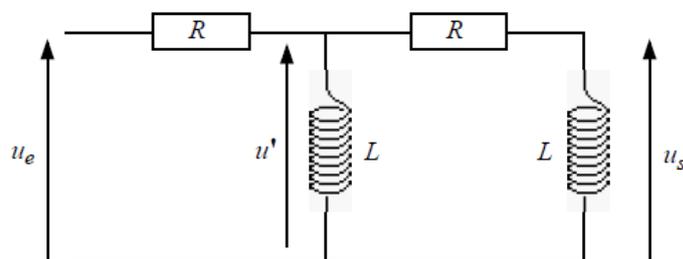
Exercice n° 6 : Etude d'un filtre ADSL (★★★) (inspiré de CCP DEUG 2011)

ELECS-5 / ELECS-6

Les lignes téléphoniques acheminent les signaux téléphoniques traditionnels (fréquences comprises entre 0 et 5,0 kHz) et les signaux informatiques « Internet » (fréquences comprises entre 25 kHz et 2,5 MHz).

On souhaite réaliser un filtre pour lequel l'atténuation est comprise entre 0 et -10 dB pour le domaine des fréquences Internet et qui assure une atténuation minimale de -20 dB dans le domaine des fréquences téléphoniques.

Soit le filtre suivant, constitué de deux résistors identiques de résistance R et de deux bobines idéales identiques d'inductance L. La tension d'alimentation et la tension de sortie de ce quadripôle s'écrivent respectivement : $u_e = U_{e,m} \cos(\omega t)$ et $u_s = U_{s,m} \cos(\omega t + \varphi)$.



- 1) Déterminer la nature de ce filtre. Conclure.

On montre que la fonction de transfert de ce filtre se met sous la forme $H(jx) = \frac{-x^2}{1-x^2+3jx}$, avec x la

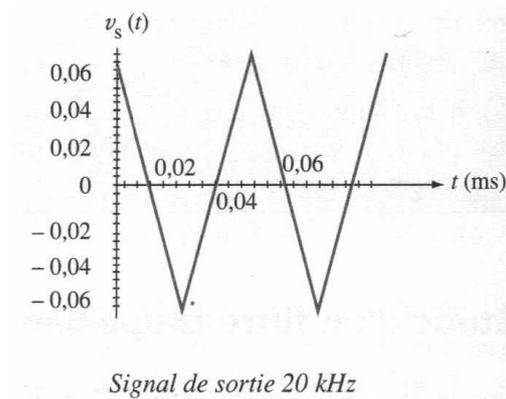
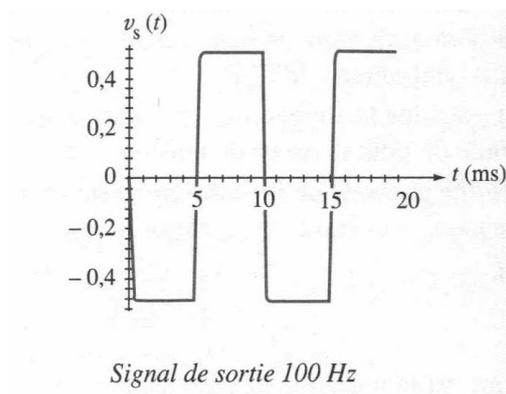
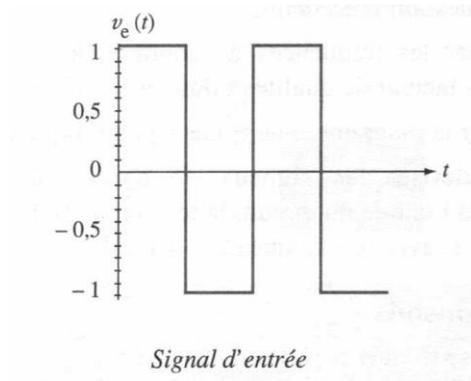
pulsation réduite : $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ et $\omega_0 = R/L$.

- 2) On souhaite que la fréquence de coupure de ce filtre, f_c , soit égale à 15 kHz.
 a) Rappeler la définition de la fréquence de coupure. La 1^{ère} condition est-elle satisfaite ?
 b) Exprimer f_c en fonction de R et L.

- c) En déduire la valeur de la résistance R des résistors à utiliser si l'inductance L de la bobine est de $1,40 \text{ mH}$.
- 3) La 2^{ème} condition est-elle réalisée ?
- 4) Pourquoi ne pas avoir utilisé un simple filtre (R, L) du premier ordre (circuit (R, L) série, la tension v_s étant mesurée aux bornes de la bobine) ?

Exercice n° 7 : Caractérisation d'un filtre (Résolution de problème)

On étudie la réponse d'un filtre du premier ordre à un signal créneau d'amplitude 1V et de fréquence 100 Hz puis 20 kHz . On donne les oscillogrammes suivants.



Déterminer la nature du filtre et ses caractéristiques.